Esercizi risolti

Esercizio 4.1 Si descriva mediate tabella della verità una funzione combinatoria di tre variabili che assume valore 1 se almeno due variabili valgono 1.

Soluzione. Il problema è ben definito. Siano a, b e c le tre variabili d'ingresso e sia z l'uscita. Le combinazioni d'ingresso che presentano almeno due 1 sono 011, 101, 110 e 111. La tabella della verità è a questo punto di facile stesura.

a	b	c	z
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Esercizio 4.2 Si descriva mediante tabella della verità una funzione di 3 variabili che fornisce in uscita il numero di 1 presenti nella parola d'ingresso.

Soluzione. Si indichino con x_2, x_1 e x_0 le tre variabili d'ingresso. In una parola di tre bit possono esservi al più 3 uno, quindi l'uscita deve poter rappresentare i valori 0, 1, 2 e 3. Scegliendo la codifica naturale, sono necessari 2 bit. Siano z_1 e z_0 le uscite.

x_2	x_1	x_0	z_1	z_0
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

Esercizio 4.3 Si descriva mediante una tabella della verità una rete combinatoria per la transcodifica di un codice binario naturale su 2 bit in codice one-hot.

Soluzione. In questo caso la specifica non contiene alcuna ambiguità, infatti sia le configurazioni di ingresso (le parole di codice binario naturale) sia le parole di uscita (codice one-hot) sono ben definite. Gli ingressi sono due ($X = [x_1\ x_0]$), e le uscite sono 4 ($Z = [z_3\ z_2\ z_1\ z_0]$).

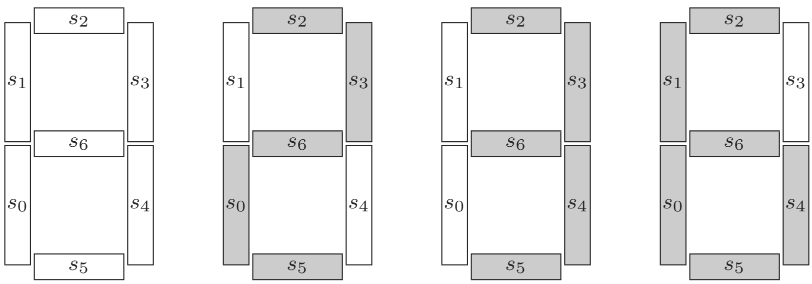
x_1	x_0	z_3	z_2	z_1	z_0
0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0

Esercizio 4.4 Si descriva una rete combinatoria dotata di due bit d'ingresso che rappresentano un valore numerico in codifica binaria naturale e che fornisce in uscita, sempre su due bit, il valore d'ingresso incrementato di uno ed un segnale di errore che segala una eventuale condizione di overflow.

Soluzione. Siano x_1 e x_0 le variabili di ingresso, z_1 e z_0 le variabili di uscita ed e il segnale di errore. Quando l'ingresso codifica i valori 0, 1 e 2 l'uscita assume i valori 1, 2 e 3 rispettivamente e pertanto il segnale di errore vale 0. Quando l'ingresso vale 3, non è possibile rappresentare l'uscita (4) su due bit, pertanto il segnale di errore vale 1 mentre l'uscita non è specificata. La tabella della verità che ne deriva è la seguente.

x_1	x_0	z_1	z_0	e
0	0	0	1	0
0	1	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	–	–	1

Esercizio 4.5 Si ricavi la tabella della verità di una funzione per la gestione di un display a sette segmenti di una cifra decimale rappresentata in codifica binaria naturale. Un display a sette segmenti è costituito da 7 segmenti luminosi che possono essere accesi o spenti a formare il simbolo corrispondente ad una cifra. Per controllarlo sono necessari 7 segnali binari. La figura seguente mostra un tale display, i nomi dei segnali di controllo ed alcuni esempi di cifre.



Soluzione. La specifica del problema necessita di alcuni raffinamenti. In primo luogo è necessario notare che dovendo rappresentare le 10 cifre da 0 a 9 sono necessari 4 bit. Con 4 bit, tuttavia, si possono rappresentare 16 valori ed è quindi necessario stabilire come comportarsi quando in ingresso si presenta uno delle 6 configurazioni non ammesse. Arbitrariamente si stabilisce che in tal caso il display mostra il simbolo 'E', ad indicare un errore. Infine si stabilisce che un segnale di controllo pari ad 1 indica che il segmento è acceso. La specifica è ora completa. Siano $X = [x_3\ x_2\ x_1\ x_0]$ gli ingressi ed $S = [s_0 \dots s_6]$ le uscite. Le tabelle della verità sono riportate a pagina 150 in alto.

x_3	x_2	x_1	x_0	s_0	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1
0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1
0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0

x_3	x_2	x_1	x_0	s_0	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6
1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1
1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1
1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1
1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1

Esercizio 4.6 Si sintetizzi in prima forma canonica una funzione f di tre variabili che indica la parità della parola d'ingresso. La parità vale 0 se il numero di uno della parola è pari e vale 1 altrimenti.

Soluzione. Il problema non presenta alcuna ambiguità, pertanto, indicando con x_2, x_1 e x_0 le variabili di ingresso si può ricavare immediatamente la tabella della verità. Nella stessa tabella sono anche riportate le forme algebriche dei mintermini corrispondenti ai discriminanti della funzione.

x_2	x_1	x_0	f	
0	0	0	0	
0	0	1	1	$x_2'x_1'x_0$
0	1	0	1	$x_2'x_1x_0'$
0	1	1	0	
1	0	0	1	$x_2x_1'x_0'$
1	0	1	0	
1	1	0	0	
1	1	1	1	$x_2x_1x_0$

La prima forma canonica è data dalla disgiunzione dei mintermini, pertanto si ottiene:

$$f(x_2, x_1, x_0) = x_2'x_1'x_0 + x_2'x_1x_0' + x_2x_1'x_0' + x_2x_1x_0$$

Esercizio 4.7 Sintetizzare in seconda forma canonica la funzione dell'esercizio 4.6.

Soluzione. La tabella della verità non cambia. In questo caso si riporta accanto agli 0 della funzione l'espressione algebrica dei maxtermini corrispondenti.

x_2	x_1	x_0	f	
0	0	0	0	$x_2 + x_1 + x_0$
0	0	1	1	
0	1	0	1	
0	1	1	0	$x_2 + x_1' + x_0'$
1	0	0	1	
1	0	1	0	$x_2' + x_1 + x_0'$
1	1	0	0	$x_2' + x_1' + x_0$
1	1	1	1	

La seconda forma canonica è data dalla congiunzione dei maxtermini, cioè:

$$f(x_2, x_1, x_0) = (x_2 + x_1 + x_0)(x_2 + x_1' + x_0')(x_2' + x_1 + x_0')(x_2' + x_1' + x_0)$$

Esercizio 4.8 Sintetizzare, nella forma canonica più conveniente in termini di letterali, una funzione che restituisce 1 quando il valore della parola in ingresso, in codice BCD, è maggiore di 6.

Soluzione. Siano $x_3, \ldots, x_0$ gli ingressi. Dato che il codice BCD rappresenta le cifre da 0 a 9, la specifica indica che la funzione f vale 1 quando l'ingresso vale 7, 8 o 9. Per i valori tra 0 e 6 la funzione vale 0, mentre per le codifiche non ammesse (da 1010 a 1111) la funzione non è specificata. La tabella della verità, suddivisa su due colonne per comodità di rappresentazione, è la seguente.

x_3	x_2	x_1	x_0	f
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1

x_3	x_2	x_1	x_0	f
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	–
1	0	1	1	–
1	1	0	0	–
1	1	0	1	–
1	1	1	0	–
1	1	1	1	–

Dovendo procedere alla sintesi in forma canonica, la scelta più conveniente consiste nell'assegnare il valore 0 alle condizioni di indifferenza e quindi sintetizzare la funzione in prima forma canonica, cioè come somma di soli tre mintermini. Si ottiene:

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_3' x_2 x_1 x_0 + x_3 x_2' x_1' x_0' + x_3 x_2' x_1' x_0$$

Esercizio 4.9 Sintetizzare in prima forma canonica la funzione $f(x_0, x_1, x_2, x_3)$ che assume valore 0 quando la parola di ingresso presenta almeno 2 zeri adiacenti oppure almeno 3 uni, questi ultimi non necessariamente adiacenti.

Soluzione. Una volta costruite le 16 possibili parole di ingresso si assegna valore 0 o 1 alla funzione in base alle regole espresse dalla specifica. La tabella della verità che ne risulta è la seguente (spezzata in due solo per comodità di rappresentazione).

x_0	x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1

x_0	x_1	x_2	x_3	f
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	–
1	0	1	1	–
1	1	0	0	–
1	1	0	1	–
1	1	1	0	–
1	1	1	1	–

Sommando i mintermini evidenziati dalla tabella della verità si ottiene:

$$f = x_0' x_1 x_2' x_3 + x_0' x_1 x_2 x_3' + x_0 x_1' x_2 x_3'$$