

# A MATLAB

---

## A.1 Introduzione

MATLAB (abbreviazione di *MATrix LABoratory*) è un software sviluppato da The MathWorks Inc. È diffusamente utilizzato per risolvere problemi computazionali nell'analisi e progettazione di sistemi di controllo, nell'elaborazione dei segnali e in altri campi scientifici e ingegneristici.

Questa appendice presenta un'introduzione a MATLAB, con l'intento di fornire un modo per risolvere i problemi di controllo trattati in questo testo. Alcune delle istruzioni per l'uso di MATLAB sono state fornite nel testo insieme agli argomenti relativi, ma vengono ripetute qui per chiarezza.

## A.2 Convenzioni adottate

Per la descrizione dei comandi MATLAB verranno usate le seguenti convenzioni.

- I comandi MATLAB sono scritti in `MCPdigital`.
  - Ogni comando deve essere seguito da un “carriage return” `<cr>` (tasto Invio), che non viene indicato.
  - I comandi MATLAB sono *case sensitive*, ossia considerano distinti i caratteri maiuscoli e minuscoli.
- L'uscita di MATLAB è mostrata in **grassetto**.
- Le istruzioni e le descrizioni sono fornite in caratteri normali.

### A.3 Variabili

MATLAB permette l'uso libero di variabili; si può adoperare qualunque carattere alfabetico singolo oppure una combinazione di caratteri. Il primo carattere nel nome della variabile non può essere però una cifra numerica. Sono valide per esempio le seguenti scritture di variabile:

```
n, num, N, Denominator, d, D, den, d123
```

- Non è necessario definire le variabili prima di usarle in un'espressione. Per esempio, `num = 10.235` significa una variabile chiamata `num` e uguale a 10.235.
- Una variabile contiene il valore definito o calcolato più di recente.
- Si può ottenere una lista di tutte le variabili in uso tramite il comando `who`.
- Si può cancellare una variabile dalla memoria digitando il comando `clear` seguito dal nome della variabile. Per esempio,

```
x = 10          (Inserimento comando)
x = 10         (Uscita MATLAB)
clear x        (Cancella la variabile x)
x              (Trova il valore di x)
Undefined function or variable 'x'
              (MATLAB non riconosce il nome x)
```

- Si possono cancellare tutte le variabili dalla memoria con il comando `clear`.

### A.4 Operazioni matematiche

MATLAB può essere usato come particolare calcolatrice, se si vuole; l'espressione viene inserita ed elaborata da sinistra a destra.

```
2*5 + (2^2 - 5) - 5      (Inserimento espressione)
ans = 4                  (Uscita MATLAB)
```

#### Vettori

Un vettore è una riga o una colonna di numeri e si rappresenta racchiudendo i numeri fra parentesi quadre. I numeri separati da spazi o virgole indicano un vettore riga e quelli separati da punto e virgola indicano un vettore colonna.

```
row = [1 2 3]           (Vettore riga)
col = [1;2;3]           (Vettore colonna)
```

#### Espressioni polinomiali

MATLAB viene applicato intensamente nell'analisi e progettazione dei sistemi di controllo dove si usa la trasformata di Laplace per esprimere le funzioni di trasferimento. Una funzione di trasferimento contiene espressioni polinomiali in  $s$ .

Quando si inseriscono i dati in MATLAB, i termini  $s$  non vengono inseriti: si inseriscono soltanto i loro coefficienti.

```

num = [3 1]           (Imposta num = 3s + 1)
den = [2 1.5 4]     (Imposta den = 2s2 + 1.5s + 4)
n = [4 0]           (Imposta n = 4s + 0 -> 4s)
y = [3 0 5]         (Imposta y = 3s2 + 0s + 5 -> 3s2 + 5)

```

- Si inseriscono i termini in ordine decrescente.
- Il primo termine è il coefficiente di grado più alto.
- L'ultimo termine è il coefficiente del termine di grado zero.
- Bisogna inserire i coefficienti di tutti i termini, anche quelli non presenti (coefficiente zero).

### Prodotto polinomiale

Si può ottenere il prodotto di due espressioni polinomiali tramite il comando `conv`; tale comando viene usato per moltiplicare due vettori o polinomi.

```

x = [1 1]           (Imposta x = s + 1)
y = [1 -1]          (Imposta y = s - 1)
z = conv(x,y)       (z = x · y)
z = [1 0 -1]        (z = s2 + 0s - 1 -> s2 - 1)

```

### Intervallo di una variabile

Se un numero (vettore) deve prendere valori multipli, si possono specificare i valori individualmente o in una disposizione più compatta.

```

KP = [1, 2, 3, 4, 5] (Kp varia da 1 a 5 in passi di 1)
KP = 1:5             (Kp varia da 1 a 5 in passi di 1)
KD = 0:0.1:10        (Kd varia da 0 a 10 in passi di 0.1)

```

Con queste nozioni preliminari, si possono già applicare alcuni dei comandi disponibili in MATLAB per l'analisi dei sistemi di controllo.

## A.5 Risposta in frequenza

Si traccia la risposta in frequenza di un sistema di controllo in anello chiuso usando la sua funzione di trasferimento di anello aperto. Il programma determina automaticamente una gamma di frequenze appropriata e disegna i grafici del modulo e della fase. Il comando da usare è `bode (numerator,denominator)`. Si può usare il comando `bode` per tracciare una risposta in frequenza di anello aperto o anello chiuso, a seconda della funzione di trasferimento specificata.

### Esempio A.1

Tracciare una risposta in frequenza di un sistema in anello chiuso a retroazione unitaria con guadagno in avanti di  $s/(10s^2 + s + 1)$ .

**Soluzione**

$$\text{FdT anello aperto} = \frac{s}{10s^2 + s + 1}$$

Inseriamo il numeratore:

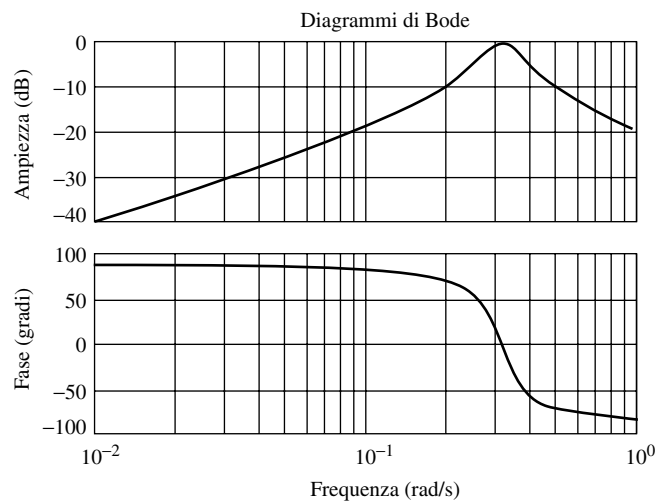
```
num = [1 0]
```

Inseriamo il denominatore:

```
den = [10 1 1]
```

Otteniamo il grafico:

```
bode(num, den)
```

**Specifica dell'intervallo di frequenza**

Sebbene MATLAB determini automaticamente una gamma di frequenze appropriata, a volte è desiderabile selezionare un intervallo diverso; esso si specifica usando il comando `logspace` (MIN, MAX), dove MIN rappresenta la frequenza minima di  $10^{\text{MIN}}$  e MAX la frequenza massima di  $10^{\text{MAX}}$ .

**Esempio A.2**

Specificare una gamma di frequenze da 0.1 a 1000 rad/s.

**Soluzione**

$$\begin{aligned} \text{MIN} &= -1 && (0.1 = 10^{-1}) \\ \text{MIN} &= 3 && (1000 = 10^3) \end{aligned}$$

Usiamo una variabile  $w$  per specificare l'intervallo:

```
w = logspace(-1, 3)
```

Otteniamo la risposta in frequenza per il nuovo intervallo:

```
bode(num, den, w)
```

**Dati di risposta in frequenza in forma tabulare**

È anche possibile ottenere i valori numerici di guadagno e fase invece dell'uscita grafica.

**Esempio A.3**

```
[gn, ph] = bode(num, den)      (I vettori gn e ph conterranno i dati
                               di modulo e fase)
[gn, ph, w] = bode(num, den)  (Fornisce informazioni su modulo,
                               angolo di fase e relativa frequenza)
[gn, ph, w]                   (Visualizza i dati in una tabella
                               a 3 colonne)
```

**A.6 Risposta transitoria**

Si può ottenere la risposta transitoria di un sistema di controllo in anello chiuso usando il comando `step(num, den)`, dove `num` e `den` sono il numeratore e il denominatore della funzione di trasferimento di anello chiuso. L'intervallo di tempo viene selezionato automaticamente ma lo si può specificare manualmente, se si desidera.

**Esempio A.4**

Ottenere la risposta al gradino di un sistema di controllo in anello chiuso con funzione di trasferimento  $CLTF = s/(10s^2 + 2s + 1)$ .

**Soluzione**

Specifichiamo il numeratore:

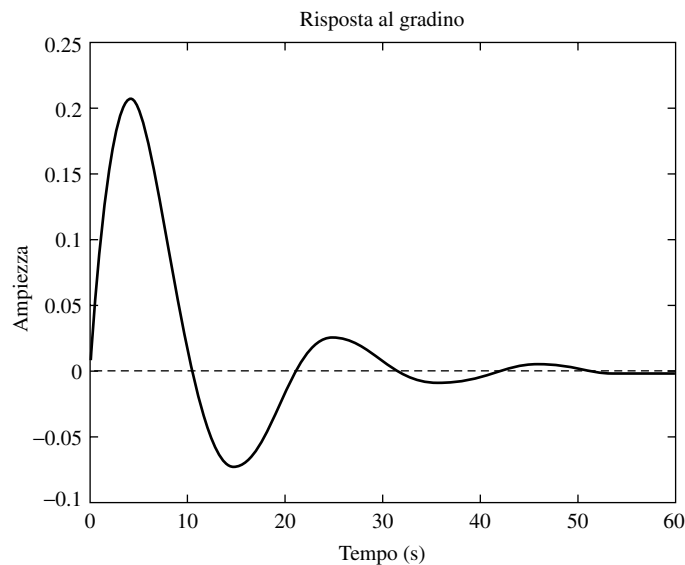
```
num = [1 0]
```

Inseriamo il denominatore:

```
den = [10 2 1]
```

Otteniamo la risposta al gradino (uscita grafica):

```
step(num,den)
```



### Specifica dell'intervallo di tempo

Il programma seleziona automaticamente l'intervallo di tempo, ma quest'ultimo si può specificare manualmente in modo da permettere di visualizzare la risposta transitoria su un intervallo di tempo maggiore o minore. Il grafico visualizza il tempo su scala lineare. Si possono specificare individualmente gli istanti ai quali calcolare la risposta, oppure indicarli come intervallo usando il comando `linspace (Start,End)`. `Start` rappresenta l'istante iniziale ed `End` quello finale. L'intervallo viene diviso in 100 valori di tempo spazati linearmente.

### Esempio A.5

Specificare un intervallo di tempo da 0 a 10 s.

#### *Soluzione*

Usiamo la variabile  $t$  per indicare il vettore tempo:

```
t = linspace(0,10)
```

Otteniamo la risposta al gradino su tale intervallo di tempo:

```
step(num,den,t)
```

**Dati di risposta transitoria in forma tabulare**

È anche possibile ottenere i valori numerici di ampiezza e tempo in forma di tabella, invece che come uscita grafica.

**Esempio A.6**

```

t = 0:10           (Imposta l'intervallo di tempo da 0 a 10
                   in passi di 0.1 s)
g = step(num,den)  (Il vettore g conterrà i dati di ampiezza)
g = bode(num,den,t) (g contiene i dati di ampiezza sul tempo
                   specificato)
[g,t']           (Visualizza i dati in forma di tabella
                 a 2 colonne)

```

**Luogo delle radici**

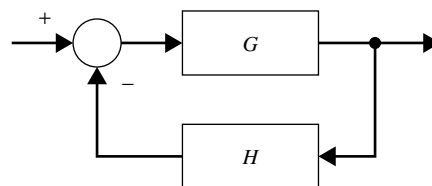
Il luogo delle radici di un sistema in ciclo chiuso viene tracciato conoscendo la sua funzione di trasferimento in ciclo aperto. Si usa il comando `rlocus (num,den)`. Qui `num` e `den` costituiscono i polinomi della funzione di trasferimento di anello aperto, che è stata espressa nella forma seguente:

$$1 + K \frac{\text{num}(s)}{\text{den}(s)}$$

Il luogo delle radici è il percorso dei poli della funzione di trasferimento di anello chiuso per l'intero insieme di valori (da 0 a  $\infty$ ) del parametro di sistema  $K$ .

**Esempio A.7**

Tracciare il luogo delle radici per il seguente sistema.



Le funzioni di trasferimento in avanti e in retroazione sono le seguenti:

$$G(s) = \frac{K(s+10)}{10s^2 + s + 1}, \quad H(s) = \frac{1}{s+1}$$

**Soluzione**

La funzione di trasferimento di anello aperto è

$$\begin{aligned} G(s)H(s) &= \frac{K(s+10)}{(10s^2+s+1)(s+1)} \\ &= K \frac{(s+10)}{(10s^3+11s^2+2s+1)} \end{aligned}$$

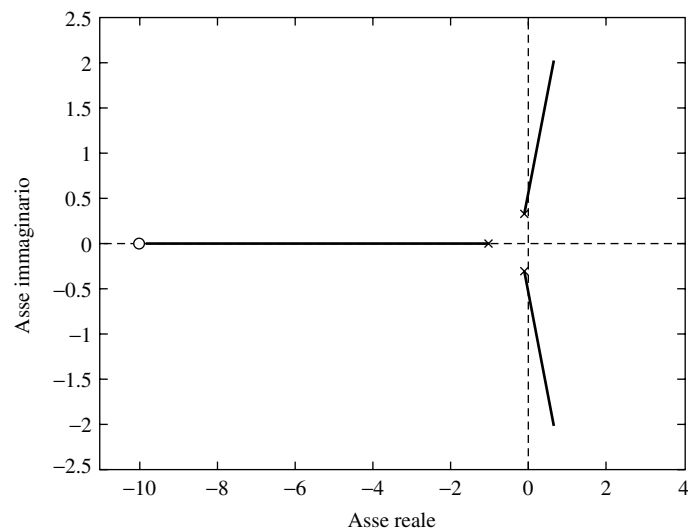
Inseriamo la funzione di trasferimento di anello aperto:

```
num = [1 10]
den = [10 11 2 1]
```

Otteniamo il grafico del luogo delle radici:

```
rlocus(num,den)
```

Si ottiene il grafico seguente.

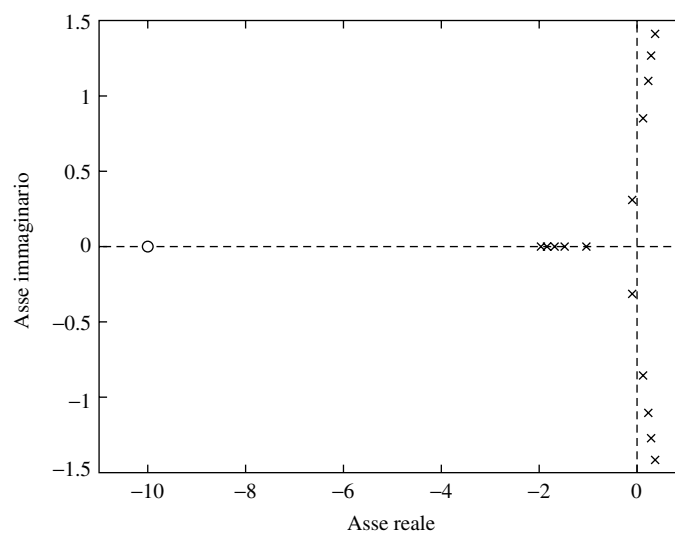
**Specifica dell'intervallo del coefficiente  $K$** 

MATLAB traccia il luogo delle radici per l'intera gamma di valori  $K$ . A volte si desidera ottenere il grafico per valori specifici di  $K$ . Come per la risposta al gradino e la risposta in frequenza, si può specificare un intervallo particolare di  $K$ .

### Esempio A.8

```
k = 0:4          (k varia da 0 a 4)
rlocus(num,den,k) (Fornisce il luogo delle radici)
```

Il luogo delle radici risultante è riportato qui di seguito. Il grafico mostra cinque valori di  $K$ : 0, 1, 2, 3 e 4.



#### Copia del grafico

Una volta ottenuto un grafico, esso deve essere integrato di solito in qualche tipo di documento di testo. Il metodo più facile è quello di cliccare sul menu *Edit* e selezionare *Copy Figure*. Tale azione copia il diagramma negli Appunti di Windows, da dove si può incollare nel documento desiderato.

Questo conclude la breve introduzione a MATLAB. Ricordiamo che ci siamo concentrati sull'uso del software per risolvere alcuni dei problemi presentati nel testo.

È consigliabile usare la guida on-line disponibile con MATLAB per vedere la sintassi nonché imparare di più sulle funzionalità del programma. Si tratta di un software molto potente, che sta cambiando i modi in cui i sistemi di controllo vengono insegnati e analizzati.