

CAPITOLO 1

Le grandezze elettriche

Anteprima

Da sempre l'uomo ha cercato di comprendere i fenomeni elettrici che incontrava nella vita di tutti i giorni. A partire dalla scoperta della carica elettrica, gli scienziati hanno formulato le leggi dell'elettricità così come le conosciamo noi oggi.

In questo capitolo illustreremo i concetti che stanno alla base del progetto di un circuito elettrico e passeremo brevemente in rassegna la storia dell'elettricità fino agli ultimi anni del diciannovesimo secolo. Con le conoscenze in materia di elettricità disponibili all'inizio del ventesimo secolo, scienziati e tecnici hanno potuto studiare e progettare i circuiti elettrici. Qui analizzeremo come i componenti elettrici possono essere descritti e studiati tramite le grandezze carica elettrica, corrente, tensione, potenza ed energia.

Progettare circuiti elettrici significa collegare componenti elettrici in modo da ottenere i valori desiderati per le suddette grandezze elettriche. Illustreremo la metodologia di progetto nell'ambito di un circuito che serve a regolare il flusso di una valvola.

1.1 Progetto proposto

– Regolatore di flusso

1.2 I primordi delle scienze elettriche

1.3 Circuiti elettrici e corrente

1.4 Sistemi di unità di misura

1.5 Tensione

1.6 Potenza ed energia

1.7 Voltmetri e amperometri

1.8 Analisi e progetto di circuiti

1.9 Esempio di verifica

1.10 Soluzione del progetto proposto

– Regolatore di flusso

1.11 Riepilogo

Problemi

Esercizi di verifica

Semplici progetti

1.1 Progetto proposto



REGOLATORE DI FLUSSO

Spesso è necessario alimentare un dispositivo come una pompa o una valvola con un circuito elettrico. Ci proponiamo di determinare la corrente e la tensione da fornire al dispositivo affinché funzioni per un determinato periodo di tempo. Consideriamo un regolatore di flusso che richiede 40 mJ di energia per ogni minuto di funzionamento. L'energia sarà fornita al regolatore da un altro elemento, cioè da una batteria. Vogliamo trovare un modello circuitale di questo regolatore e del suo alimentatore. Considereremo un semplice circuito e descriveremo la tensione e la corrente in relazione all'energia fornita al regolatore di flusso. Alla fine di questo capitolo determineremo la tensione e la corrente necessarie per fornire 40 mJ di energia per ogni minuto di funzionamento e descriveremo la batteria necessaria.

Riprenderemo la discussione sul progetto del regolatore di flusso nel Paragrafo 1.10 dopo una breve storia delle scienze elettriche e dopo aver esaminato in dettaglio le variabili circuitali.

1.2 I PRIMORDI DELLE SCIENZE ELETTRICHE

L'elettricità è un fenomeno naturale controllato per i fini dell'umanità. È per mezzo di questa fenomenologia che si sono sviluppate le comunicazioni, l'illuminazione e i calcolatori.

L'elettricità è il fenomeno fisico derivante dall'esistenza e dalla interazione delle cariche elettriche.

I popoli primitivi avevano sperimentato le proprietà della magnetite – un minerale magnetizzato permanentemente. Le pietre di magnetite erano sufficientemente potenti da sollevare pezzi di ferro.

Si pensa che il filosofo Talete di Mileto (640-546 a.C.) per primo abbia osservato le proprietà elettriche dell'ambra. Egli notò che quando l'ambra veniva strofinata, acquisiva la capacità di sollevare oggetti leggeri come fili di paglia o di erba secca. Egli compì anche esperimenti con la magnetite verificandone il potere attrattivo. Dal tredicesimo secolo, piccoli magneti sospesi sono usati come aghi per la bussola.

L'inglese William Gilbert pubblicò nel 1600 il libro *De Magnete*, che ha rappresentato il più grande passo in avanti nello studio dell'elettricità e del magnetismo di quel tempo. Nei suoi studi, Gilbert scoprì una lunga lista di materiali che potevano essere elettrizzati. Gilbert propose inoltre una metodologia per analizzare i fenomeni fisici tramite una serie di esperimenti, ciò che noi ora chiamiamo metodo scientifico.

Sotto la guida di Gilbert, Robert Boyle pubblicò i suoi risultati sperimentali nel 1675, come mostrato in Figura 1.2-1. Boyle fu uno dei primi ad aver compiuto esperimenti di elettricità nel vuoto.

Otto von Guericke (1602-1686) costruì un generatore elettrico che descrisse nel suo *Experimenta Nova* del 1672. Questa macchina, mostrata in Figura 1.2-2, consisteva in una sfera di zolfo infilata in un'asta che poteva ruotare sui suoi sostegni. Quando l'asta veniva fatta ruotare con una mano tenuta sulla sfera, una carica elettrica si accumulava sulla superficie di quest'ultima. Guericke notò anche piccole scintille quando la sfera veniva scaricata.

Un ulteriore passo in avanti nelle scienze elettriche avvenne a Leida, in Olanda, nel 1746, quando Pieter van Musschenbroek inventò una bottiglia capace di immagazzinare

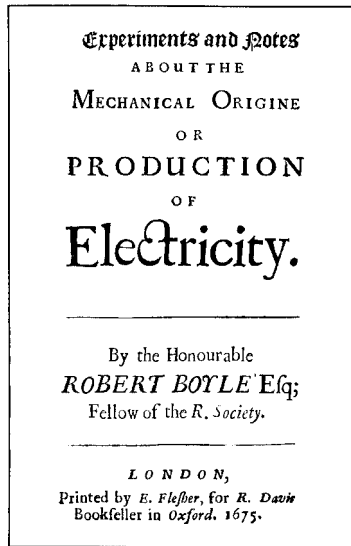


Figura 1.2-1

Copertina del libro di Robert Boyle sulle scienze elettriche, pubblicato nel 1675 (Institution of Electrical Engineers, Londra).

elettricità statica. La bottiglia era ricoperta dentro e fuori con una lamina di stagno, e la lamina interna era attaccata, attraverso il coperchio, a un'asticella metallica esterna. Come mostrato in Figura 1.2-3, più bottiglie di Leida venivano riunite a gruppi (chiamati batterie) e collegate tra loro in modo da aumentare l'energia fornita durante la scarica.

L'uomo ha sempre osservato i fulmini (Figura 1.2-4), ma pochi ne hanno studiato la grande manifestazione di potenza. Verso la fine degli anni Quaranta del diciottesimo secolo, Benjamin Franklin sviluppò la teoria che dimostrava l'esistenza di due tipi di carica, quella positiva e quella negativa. Basandosi su questo concetto di carica, Franklin nel giugno del 1752 realizzò il suo famoso esperimento dell'aquilone e la sua invenzione, il parafulmine, per attirare le cariche elettriche dei fulmini. Franklin, mostrato in Figura 1.2-5, è stato il primo grande scienziato americano dell'elettricità.



Figura 1.2-2 Nei suoi studi sull'attrazione e la gravitazione, Guericke inventò il primo generatore elettrico. La sfera di zolfo, dopo essere stata strofinata con la mano, attirava carta, piume, fili di paglia e altri oggetti leggeri (Burndy Library).

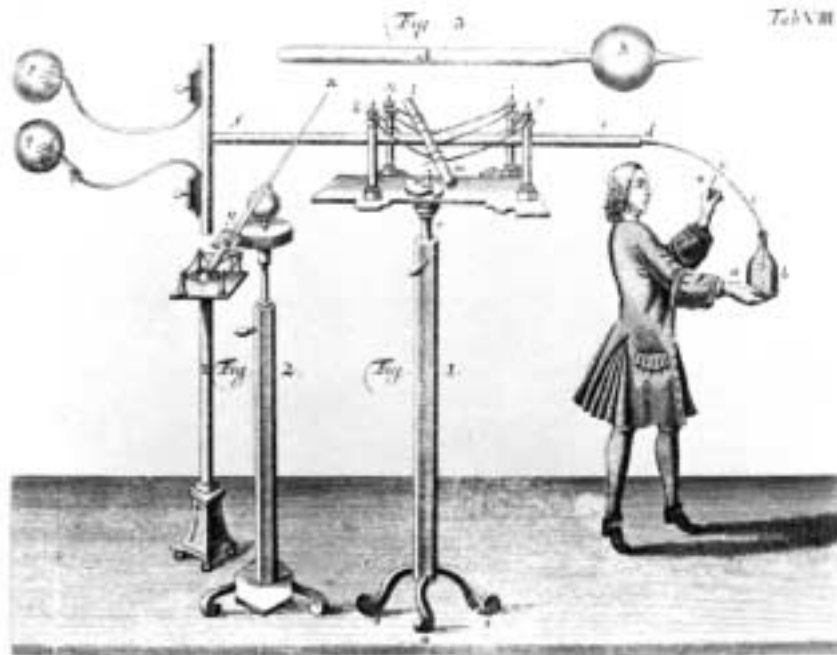


Figura 1.2-3 Illustrazione delle bottiglie di Leida per trattenere cariche elettriche. Le cariche generate dalle sfere di vetro rotanti (a sinistra) venivano trasmesse attraverso il conduttore centrale e guidate attraverso un filo nella bottiglia, che era parzialmente riempita di acqua, dove si avvertiva una scossa elettrica (Burndy Library).

Nel 1767 Joseph Priestley pubblicò il primo libro sulla storia dell'elettricità, la cui copertina è mostrata in Figura 1.2-6. Venti anni dopo, Luigi Galvani, professore all'Università di Bologna, portò a termine una serie di esperimenti sulle zampe delle rane. Galvani notò che le zampe di una rana morta si contraevano spontaneamente quando venivano recise con un bisturi metallico, e pubblicò i risultati delle sue scoperte nel 1791. Egli scoprì che le zampe delle rane si contraevano quando venivano sottoposte a una scarica elettrica, come mostrato in Figura 1.2-7.



Figura 1.2-4 Scariche di fulmini durante un temporale (National Severe Storms Laboratory).



Figura 1.2-5 Benjamin Franklin e una parte del parafulmine innalzato nella sua casa a Filadelfia nel settembre 1752. Il fatto che le due sfere divergano indica la presenza di una nube carica nel cielo. Con questa apparecchiatura Franklin dimostrò che la maggior parte delle nubi è carica negativamente e che “è la terra che colpisce le nubi e non le nubi che colpiscono la terra” (Burndy Library).

Alessandro Volta, ritratto in Figura 1.2-8, scoprì che la contrazione era causata da due metalli diversi che erano stati inumiditi e collegati a una estremità, mentre l'altra estremità era in contatto con i nervi della zampa della rana. Egli costruì una pila elettrochimica, come illustrato in Figura 1.2-9, che era formata da coppie di dischi di zinco e di argento separati da carta o stoffa imbevuta di soluzione salina. La pila di Volta avrebbe fatto provare, a una persona che avesse tenuto le mani alle estremità della pila stessa, proprio la sensazione del fluire della corrente.

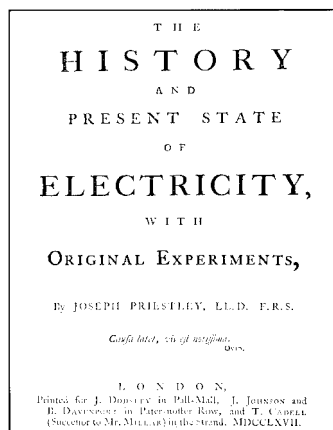


Figura 1.2-6 Copertina del libro di Joseph Priestley (1767) sulle scienze elettriche (Institution of Electrical Engineers, Londra).

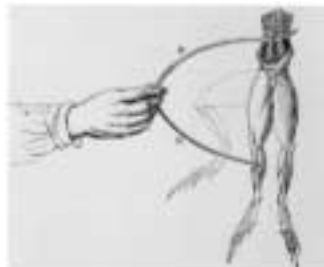


Figura 1.2-7 Luigi Galvani scoprì che le zampe delle rane si contraevano quando venivano messe a contatto con due metalli diversi, rame e zinco (Burndy Library).



Figure 1.2-8 Alessandro Volta (Burndy Library).

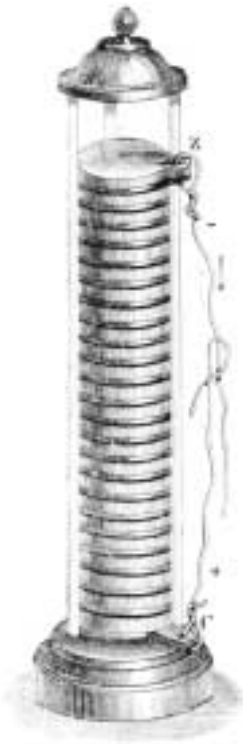


Figura 1.2-9

La pila di Volta era una successione di tre materiali conduttori – un disco di argento, uno di zinco e uno di materia spugnosa impregnata con una soluzione salina – ripetuta per 30 o 40 volte (Burdy Library).



Figura 1.2-10 André-Marie Ampère (Library of Congress).



Figura 1.2-11 James Prescott Joule (Smithsonian Institution).

Volta, con l'invenzione della pila, o batteria elettrica, nel 1800, fu capace di far circolare una corrente continua in un circuito chiuso. Volta fu celebrato 54 anni dopo la sua morte quando l'unità di misura della tensione fu chiamata *volt*.

I fondamenti dell'elettrodinamica furono posti da André-Marie Ampère che definì di elettrostatica gli studi precedenti, per sottolineare la differenza rispetto ai propri. Negli anni Venti del diciannovesimo secolo Ampère diede la definizione di corrente elettrica e sviluppò gli strumenti per misurarla. Ad Ampère, ritratto in Figura 1.2-10, fu reso onore nel 1881, allorché l'unità di misura della corrente prese il suo nome.

In un articolo pubblicato nel 1841, James Prescott Joule rivendicò la scoperta della relazione tra corrente e calore da questa prodotto, relazione che ancora oggi porta il nome di *legge di Joule*. Joule è ritratto in Figura 1.2-11, e l'unità di misura dell'energia si chiama joule, in suo onore.

La teoria dell'elettromagnetismo fu formulata in termini matematici da James Clerk Maxwell, un fisico matematico scozzese, in varie memorie pubblicate tra il 1855 e il 1864. Il suo famoso libro *Trattato sull'elettricità e il magnetismo* fu pubblicato nel 1873. In Figura 1.2-12 Maxwell è ritratto quando era ancora studente.

I principali avvenimenti della scienza e dell'ingegneria elettrica sono sommariamente elencati in Tabella 1.2-1.

Tabella 1.2-1 Le tappe principali nell'evoluzione della scienza e dell'ingegneria elettrica

1600	William Gilbert pubblica <i>De Magnete</i> .
1672	Otto von Guericke pubblica <i>Experimenta Nova</i> .
1675	Robert Boyle pubblica <i>Production of Electricity</i> .
1746	In Olanda viene presentata la bottiglia di Leida.
1750	Benjamin Franklin inventa il parafulmine.
1767	Joseph Priestley pubblica <i>The Present State of Electricity</i> .
1786	Luigi Galvani osserva le contrazioni delle zampe in una rana morta.

Tabella 1.2-1 (seguito)

1800	Alessandro Volta annuncia l'invenzione della pila.
1801	Henry Moyes per primo osserva il fenomeno dell'arco elettrico.
1820	Hans Oersted scopre la deflessione di un ago magnetico prodotta dalla corrente in un filo.
1821	Michael Faraday realizza il primo motore elettrico.
1825	André-Marie Ampère enuncia le leggi dell'elettrodinamica.
1828	Joseph Henry realizza elettromagneti con conduttori ricoperti di seta.
1831	Michael Faraday scopre l'induzione elettromagnetica e realizza esperimenti con anelli e nuclei di ferro.
1836	Samuel Morse realizza un rudimentale relè.
1836	All'Operà di Parigi viene mostrata luce elettrica prodotta da batterie.
1841	James Joule formula la relazione tra corrente ed energia prodotta.
1843	Morse trasmette segnali con il telegrafo tra Baltimora e Washington.
1850	Viene posato tra l'Inghilterra e la Francia il primo cavo telegrafico.
1858	Viene completato il collegamento telegrafico e spedito il primo messaggio attraverso l'Atlantico.
1861	La Western Union effettua un servizio di telegrafo tra New York e San Francisco.
1863	James Clerk Maxwell definisce l'unità di misura della resistenza.
1873	Maxwell pubblica il <i>Trattato sull'elettricità e il magnetismo</i> .
1875	Alexander Graham Bell inventa il telefono.
1877	Thomas Edison inventa il trasmettitore telefonico a carbone.
1877	Nasce la Edison Electric Light Company.
1881	È attivata la prima centrale idroelettrica presso Niagara, New York.
1881	Edison costruisce la prima centrale elettrica a Pearl Street, New York.
1883	A Portrush e Richmond, Virginia, vengono installate le prime linee aeree per i tram.
1884	Si tiene a Filadelfia la mostra dell'Elettricità.
1884	Nasce l'American Institute of Electrical Engineers (AIEE), un'associazione professionale per gli ingegneri elettrici.
1885	Nasce la American Telephone and Telegraph Company.
1886	H. Hollerith inventa la perforatrice di schede.
1897	J.J. Thomson scopre l'elettrone.
1899	Guglielmo Marconi trasmette un segnale radio tra South Foreland (USA) e Wimereux, Inghilterra.
1904	John Ambrose Fleming inventa la prima valvola termoionica, il diodo.
1906	Lee De Forest inventa il triodo.
1912	Nasce l'Institute of Radio Engineers (IRE) come associazione di ingegneri per le radio-comunicazioni.
1915	Nasce il telefono come servizio commerciale tra New York e San Francisco.
1927	Appare il primo prototipo di televisione.
1933	Edwin Armstrong effettua una trasmissione radio a modulazione di frequenza (FM).
1936	Viene ultimata la centrale idroelettrica della diga di Boulder con turbine da 115 000 hp.
1946	È progettato il primo calcolatore digitale elettronico, l'ENIAC.
1948	William Shockley, John Bardeen e Walter Brattain realizzano il primo transistor.
1958	Prima trasmissione della voce via satellite e invenzione del laser.
1959	Jack Kilby e Robert Noyce realizzano il primo circuito integrato.
1963	Nasce l'IEEE, the Institute of Electrical and Electronics Engineers, dalla fusione dell'AIEE e dell'IRE.
1980	È installato il primo cavo a fibra ottica, a Chicago.
1987	Viene dimostrato il fenomeno della superconduttività a 95 K.



Figura 1.2-12
Maxwell nel 1855,
quando era ancora
studente all'Università
di Cambridge (Bumdy
Library).

1.3 CIRCUITI ELETTRICI E CORRENTE

Le caratteristiche salienti dell'elettricità rispetto ad altre sorgenti di energia sono la mobilità e la flessibilità. L'energia elettrica può essere trasportata in ogni punto da una coppia di conduttori e, a seconda delle necessità, convertita in luce, calore o movimento.

Un **circuito elettrico** o rete elettrica è una interconnessione di elementi elettrici collegati insieme in un percorso chiuso in modo che la corrente elettrica possa fluire con continuità.

Consideriamo un semplice circuito formato da due elementi elettrici: una batteria e un resistore, come mostrato in Figura 1.3-1. Ogni elemento può avere due o più terminali, chiamati poli o morsetti. Questi elementi sono talvolta chiamati dispositivi e i terminali sono chiamati nodi.

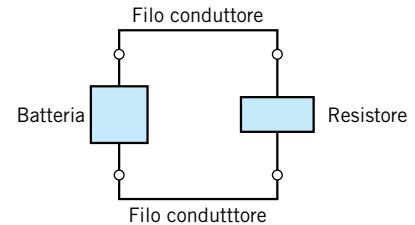


Figura 1.3-1
Un semplice circuito.



Figura 1.3-2
Bipolo con terminali a e b.

Il componente elementare, mostrato in Figura 1.3-2, si chiama *bipolo*, ha due poli, non può essere suddiviso in altri componenti e può essere descritto matematicamente in termini delle variabili elettriche tensione e corrente. Fili conduttori collegano i bipoli in modo da chiudere il circuito e permettere alla corrente di circolare. Un più complesso insieme di bipoli, con una particolare connessione dei morsetti, è mostrato in Figura 1.3-3.

In un circuito elettrico può scorrere una corrente. *La corrente è la variazione della carica elettrica rispetto al tempo in un dato punto*. La carica elettrica è la proprietà intrinseca della materia responsabile dei fenomeni elettrici. La quantità di carica q può essere espressa in termini di carica dell'elettrone, che è pari a -1.602×10^{-19} coulomb. Pertanto, -1 coulomb è la carica posseduta da 6.24×10^{18} elettroni. La corrente che passa attraverso una data superficie è definita dalla carica elettrica che attraversa quella superficie nell'unità di tempo.

La **carica** è la quantità di elettricità responsabile dei fenomeni elettrici.

Possiamo dunque esprimere la corrente come

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (1.3-1)$$

L'unità di misura della corrente è l'ampere (A); un ampere è pari a 1 coulomb al secondo.

La **corrente** è la variazione della carica elettrica rispetto al tempo in un dato punto.

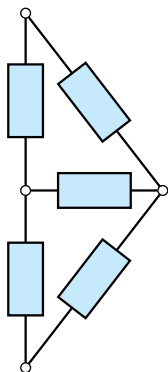


Figura 1.3-3
Un circuito con cinque elementi.

In questo capitolo useremo la lettera minuscola, per esempio q , per indicare una variabile che è funzione del tempo: $q(t)$. Useremo invece una lettera maiuscola, per esempio Q , per rappresentare una costante.

Il flusso di corrente è convenzionalmente rappresentato come un flusso di cariche positive; questa convenzione è stata introdotta da Benjamin Franklin. Naturalmente sappiamo che la carica che fluisce nei conduttori metallici è formata da elettroni con carica negativa; ciò nondimeno considereremo la corrente come un flusso di cariche positive, in accordo con una convenzione ormai universalmente accettata.

La Figura 1.3-4 mostra la notazione che usiamo per indicare una corrente. Ci sono due parti in questa notazione: un valore (talvolta rappresentato dal nome di una variabile) e un verso; diciamo che una corrente *esiste in o attraverso* un elemento. La Figura 1.3-4 mostra che ci sono due modi per assegnare il verso della corrente attraverso un elemento. La corrente i_1 è la variazione del flusso di carica elettrica dal morsetto a al morsetto b. D'altra parte, la corrente i_2 è la variazione del flusso di carica elettrica dal morsetto b al morsetto a. Le correnti i_1 e i_2 hanno lo stesso valore ma versi opposti, pertanto i_2 è l'opposto di i_1 :

$$i_1 = -i_2$$

Associeremo una freccia a una corrente per indicarne il verso. Una completa descrizione della corrente richiede perciò sia l'intensità (che può essere positiva o negativa) sia il verso (indicato da una freccia).

Se la corrente che scorre attraverso un elemento è costante nel tempo, la rappresentiamo con la lettera maiuscola I , come mostrato in Figura 1.3-5. Nella letteratura di lingua inglese una corrente costante viene chiamata *direct current*, da cui deriva il termine dc (per esempio: analisi in dc per indicare lo studio dei circuiti con correnti costanti), mentre nella letteratura di lingua italiana viene chiamata *corrente continua*, da cui deriva l'abbreviazione c.c.

Una corrente dc è una corrente di ampiezza costante nel tempo.

Una corrente variabile nel tempo $i(t)$ può assumere forme diverse, come una rampa, una sinusoidale o un esponenziale, come mostrato in Figura 1.3-6. In particolare, nella letteratura di lingua inglese una corrente sinusoidale viene chiamata *alternating current*, da cui deriva il termine ac (per esempio: analisi in ac per indicare lo studio dei circuiti con correnti sinusoidali), mentre nella letteratura di lingua italiana viene chiamata *corrente alternata*, da cui deriva l'abbreviazione c.a.

Se la carica q è nota, la corrente i è immediatamente determinata usando l'Equazione 1.3-1. Viceversa, se la corrente i è nota, la carica q è prontamente calcolata. Si noti che dall'Equazione 1.3-1 si ottiene

$$q = \int_{-\infty}^t i \, d\tau = \int_0^t i \, d\tau + q(0) \quad (1.3-2)$$

dove $q(0)$ è la carica per $t = 0$.

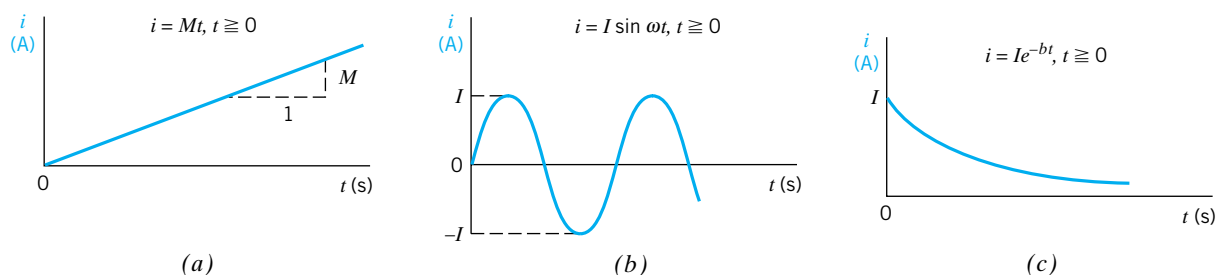


Figura 1.3-6 (a) Una rampa di pendenza M . (b) Una sinusoidale. (c) Una curva esponenziale. I è una costante. La corrente i è zero per $t < 0$.

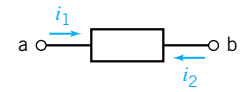


Figura 1.3-4 Corrente in un bipolo.

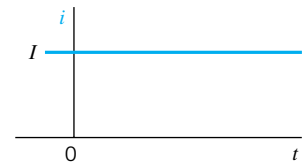


Figura 1.3-5 Corrente costante di valore I .

Esempio 1.3-1

Determinare la corrente in un bipolo se la carica che entra nel bipolo è

$$q = 12t \text{ C}$$

dove t è il tempo in secondi.

Soluzione

Ricordando che l'unità di misura della carica è il coulomb, la corrente, dall'Equazione 1.3-1, è

$$i = \frac{dq}{dt} = 12 \text{ A}$$

dove l'unità della corrente è l'ampere, A.

Esempio 1.3-2

Determinare la carica in un bipolo al tempo t se la corrente è

$$i = Mt, \quad t \geq 0$$

come mostrato in Figura 1.3-6a, con M costante. Assumere che la carica sia uguale a zero per $t = 0$ ($q(0) = 0$).

Soluzione

Dall'Equazione 1.3-2 si ha:

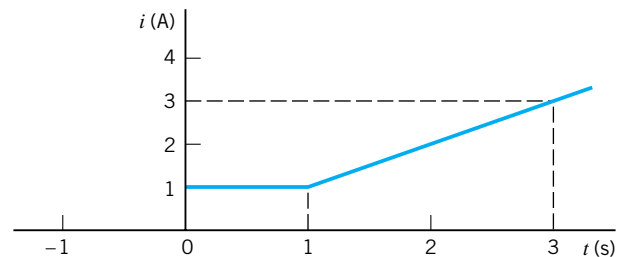
$$q = \int_0^t M\tau d\tau = M \frac{t^2}{2} \text{ C}$$

Esempio 1.3-3

Determinare la carica in un bipolo da $t = 0$ s a $t = 3$ s se la corrente è come indicato in Figura 1.3-7.

Figura 1.3-7

Forma d'onda della corrente dell'Esempio 1.3-3.



Soluzione

In base alla Figura 1.3-7, $i(t)$ può essere descritta da

$$i(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & 0 \leq t \leq 1 \\ t & t > 1 \end{cases}$$

Usando l'Equazione 1.3-2, si ha

$$\begin{aligned} q &= \int_0^3 i(t) dt = \int_0^1 1 dt + \int_1^3 t dt \\ &= t \Big|_0^1 + \frac{t^2}{2} \Big|_1^3 \\ &= 1 + \frac{1}{2}(9 - 1) = 5 \text{ C} \end{aligned}$$

Si può anche notare che l'integrazione di $i(t)$ da $t = 0$ s a $t = 3$ s richiede semplicemente il calcolo dell'area sottostante la curva di Figura 1.3-7. Si ha pertanto:

$$q = 1 + 2 \times 2 = 5 \text{ C}$$

Esempio 1.3-4

Trovare la carica $q(t)$, e disegnarne la forma d'onda quando la corrente in un bipolo è quella in Figura 1.3-8. Assumere $q(0) = 0$.

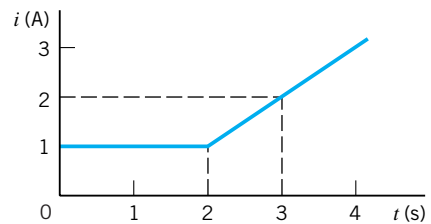


Figura 1.3-8

Forma d'onda della corrente dell'Esempio 1.3-4.

Soluzione

Dalla Figura 1.3-8 si può descrivere $i(t)$ come

$$i(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & 0 \leq t \leq 2 \\ t - 1 & t > 2 \end{cases}$$

Dall'Equazione 1.3-2 si ha

$$q(t) = \int_0^t i(\tau) d\tau$$

Perciò, quando $0 \leq t \leq 2$, si ha

$$q = \int_0^t 1 d\tau = t \text{ C}$$

Quando $t \geq 2$, si ottiene

$$\begin{aligned} q &= \int_0^t i(\tau) d\tau = \int_0^2 1 dt + \int_2^t (\tau - 1) d\tau \\ &= t \Big|_0^2 + \frac{\tau^2}{2} \Big|_2^t - \tau \Big|_2^t = \frac{t^2}{2} - t + 2 \text{ C} \end{aligned}$$

Il grafico di $q(t)$ è mostrato in Figura 1.3-9. Si noti che $q(t)$ è una funzione continua del tempo anche se $i(t)$ ha una discontinuità in $t = 0$.

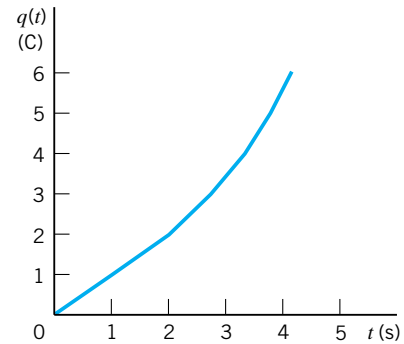


Figura 1.3-9
Grafico di $q(t)$ nell'Esempio 1.3-4.

Esercizio 1.3-1 Determinare la carica in un bipolo al tempo t se $i = 8t^2 - 4t$ A, $t \geq 0$. Assumere $q(0) = 0$.

Risposta: $q(t) = \frac{8}{3}t^3 - 2t^2$ C

Esercizio 1.3-2 La carica totale in un bipolo è $q(t) = 4 \sin 3t$ C quando $t \geq 0$ e $q(t) = 0$ quando $t < 0$. Determinare la corrente nel bipolo per $t \geq 0$.

Risposta: $i(t) = \frac{d}{dt} 4 \sin 3t = 12 \cos 3t$ A

Esercizio 1.3-3 La corrente in un bipolo è $i(t) = 4 \sin 3t$ A quando $t \geq 0$ e $i(t) = 0$ quando $t < 0$. Determinare la carica totale del bipolo per $t \geq 0$.

Suggerimento: $q(0) = \int_{-\infty}^0 i(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^0 0 d\tau = 0$

Risposta: $q(t) = \frac{4}{3} \cos 3t - \frac{4}{3}$ C per $t \geq 0$.

Esercizio 1.3-4 La carica totale $q(t)$, in coulomb, che entra in un bipolo è

$$q(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 2t & 0 \leq t \leq 2 \\ 3 + e^{-2(t-2)} & t > 2 \end{cases}$$

Trovare la corrente $i(t)$.

Risposta:

$$i(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 2 & 0 \leq t \leq 2 \\ -2e^{-2(t-2)} & t > 2 \end{cases}$$

1.4 SISTEMI DI UNITÀ DI MISURA

Nella rappresentazione di un circuito e dei suoi elementi, dobbiamo definire un sistema di unità di misura consistente per le grandezze che intervengono nel circuito stesso. Alla Conferenza generale dei Pesi e delle Misure del 1960, le varie delegazioni aggiornarono il sistema metrico e crearono il Sistema Internazionale delle Unità di misura, comunemente indicato con SI.

SI è il Sistema Internazionale delle Unità di misura.

Le unità fondamentali sono mostrate in Tabella 1.4-1. I simboli per le unità il cui nome deriva da quello di persone sono in maiuscolo, gli altri no. Non si usano i punti dopo il simbolo. Le unità derivate per le altre grandezze fisiche sono ottenute combinando le unità fondamentali. La Tabella 1.4-2 mostra le più comuni unità derivate con le formule in termini di unità fondamentali o di unità precedentemente derivate; laddove esistono sono mostrati i simboli delle unità.

Le unità base come quelle per la lunghezza, il metro (m), per il tempo, il secondo (s), e per la corrente, l'ampere (A), possono essere usate per ottenere le unità derivate. Per

Tabella 1.4-1 Grandezze fondamentali e unità di misura del SI

Grandezza	Unità SI	
	Nome	Simbolo
Lunghezza	metro	m
Massa	kilogrammo	kg
Tempo	secondo	s
Corrente elettrica	ampere	A
Temperatura	kelvin	K
Quantità di sostanza	mole	mol
Intensità luminosa	candela	cd

Tabella 1.4-2 Grandezze derivate e unità di misura del SI

Grandezza	Nome dell'unità	Formula	Simbolo
Accelerazione (lineare)	metri al secondo per secondo	m/s^2	
Velocità (lineare)	metri al secondo	m/s	
Frequenza	hertz	s^{-1}	Hz
Forza	newton	$kg \cdot m/s^2$	N
Pressione	pascal	N/m^2	Pa
Densità	kilogrammi al metro cubo	kg/m^3	
Energia, lavoro	joule	$N \cdot m$	J
Potenza	watt	J/s	W
Carica elettrica	coulomb	$A \cdot s$	C
Potenziale elettrico, tensione	volt	W/A	V
Resistenza	ohm	V/A	Ω
Conduttanza	siemens	A/V	S
Capacità	farad	C/V	F
Flusso magnetico	weber	$V \cdot s$	Wb
Induttanza	henry	Wb/A	H

Tabella 1.4-3 Prefissi per le unità SI

Multiplo	Prefisso	Simbolo
10^{12}	tera	T
10^9	giga	G
10^6	mega	M
10^3	kilo	k
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	milli	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f

esempio, l'unità per la carica (C) è derivata dal prodotto dell'unità per la corrente e di quella per il tempo ($A \cdot s$). L'unità per l'energia è il joule (J); essendo l'energia forza per spostamento, si ha $1 J = 1 N \cdot m$.

Il grande vantaggio del sistema SI consiste nel fatto che incorpora un sistema decimale per porre in relazione le grandezze più grandi o più piccole con l'unità base. Le potenze di 10 sono rappresentate da prefissi standard dati in Tabella 1.4-3. Un esempio di uso comune di un prefisso è il centimetro (cm), che è pari a 0.01 m.

Il moltiplicatore decimale deve sempre accompagnare l'unità appropriata e non essere mai scritto da solo. Possiamo scrivere 2500 W oppure 2.5 kW. Analogamente, scriveremo 0.012 A oppure 12 mA.

Esempio 1.4-1

Una forza di 100 N agisce su una massa di 150 g. Trovare il lavoro speso se la massa si muove di 10 cm. Determinare anche la potenza se ciò avviene in 1 ms.

Soluzione

L'energia è

$$\begin{aligned} \text{Energia} &= \text{forza} \times \text{spostamento} \\ &= 100 \times 0.1 \\ &= 10 \text{ J} \end{aligned}$$

Si noti che lo spostamento è misurato in metri. La potenza è

$$\text{Potenza} = \frac{\text{energia}}{\text{intervallo di tempo in secondi}}$$

dove l'intervallo di tempo è 10^{-3} s. Si ha quindi:

$$\text{Potenza} = \frac{10}{10^{-3}} = 10^4 \text{ W}$$

Esercizio 1.4-1 Quale di queste tre correnti: $i_1 = 45 \mu A$, $i_2 = 0.03 \text{ mA}$ e $i_3 = 25 \times 10^{-4} \text{ A}$, è la più grande?

Risposta: i_3 è la più grande.

Esercizio 1.4-2 Una corrente costante di 4 kA scorre in un bipolo. Qual'è la carica che passa attraverso il bipolo nel primo millisecondo?

Risposta: 4 C

Esercizio 1.4-3 Una carica di 45 nC passa attraverso un bipolo in 5 ms. Determinare la corrente media che attraversa il bipolo durante tale intervallo di tempo.

Risposta: $i = 9 \mu\text{A}$

Esercizio 1.4-4 Dieci miliardi di elettroni per secondo passano attraverso un bipolo. Qual è la corrente media in quel bipolo?

Risposta: $i = 1.602 \text{ nA}$



1.5 TENSIONE

Le grandezze di interesse in un circuito elettrico sono la corrente e la tensione. Esse descrivono rispettivamente il flusso della carica attraverso il bipolo e l'energia richiesta per far fluire la carica. La Figura 1.5-1 mostra la notazione che usiamo per indicare la tensione. Ci sono due parti in questa notazione: un valore (talvolta rappresentato dal nome di una variabile) e un verso. Il valore della tensione può essere positivo o negativo. Il verso della tensione è dato dalle sue polarità (+, -). Si dice che esiste una tensione ai capi di un bipolo. La Figura 1.5-1 mostra che ci sono due modi per definire la tensione ai capi di un bipolo. La tensione v_{ba} è proporzionale al lavoro richiesto per muovere una carica positiva dal morsetto b al morsetto a. D'altra parte, la tensione v_{ab} è proporzionale al lavoro richiesto per muovere una carica positiva dal morsetto a al morsetto b. Diciamo a volte che v_{ba} è “la tensione al morsetto b rispetto al morsetto a”. Analogamente, diciamo che v_{ab} è “la tensione al morsetto a rispetto al morsetto b”. Possiamo anche dire che v_{ab} è la caduta di tensione dal morsetto a al morsetto b. Le tensioni v_{ab} e v_{ba} hanno lo stesso valore ma versi opposti. Ciò significa che

$$v_{ab} = -v_{ba}$$

Se consideriamo v_{ba} , il morsetto b è detto “morsetto +” e il morsetto a è detto “morsetto -.” Viceversa, quando parliamo di v_{ab} , il morsetto a è detto “morsetto +” e il morsetto b è detto “morsetto -”

La tensione ai capi di un bipolo è il lavoro richiesto per muovere una carica positiva unitaria dal morsetto - al morsetto +. L'unità di misura della tensione è il volt, V.

L'equazione che determina la tensione ai capi di un bipolo è

$$v = \frac{dw}{dq} \quad (1.5-1)$$

dove v è la tensione, w è il lavoro e q è la carica. Una carica di 1 coulomb genera 1 joule quando si muove attraverso una tensione di 1 volt.

L'energia è la capacità di produrre lavoro.

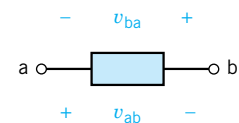


Figura 1.5-1 La tensione ai capi di un bipolo.

1.6 POTENZA ED ENERGIA

La potenza e l'energia fornite a un bipolo sono molto importanti. Per esempio, quanto può produrre una lampadina si può esprimere in termini di potenza. Sappiamo che una lampadina da 300 W fa più luce di una da 100 W.

La **potenza** è la rapidità con cui l'energia viene erogata o assorbita.

Si ha quindi

$$p = \frac{dw}{dt} \quad (1.6-1)$$

dove p è la potenza in watt, w è l'energia in joule, e t è il tempo in secondi. La potenza associata alla corrente che scorre in un bipolo è

$$p = \frac{dw}{dt} = \frac{dw}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} = v \cdot i \quad (1.6-2)$$

Dall'Equazione 1.6-2 si vede che la potenza è il prodotto della tensione ai capi del bipolo moltiplicata per la corrente che lo attraversa. L'unità di misura della potenza è il watt.

Le grandezze associate a un bipolo sono due: una tensione e una corrente. La Figura 1.6-1 mostra che ci sono due modi differenti per indicare i versi di tensione e corrente: in Figura 1.6-1a, la corrente è diretta dal morsetto + della tensione al morsetto -; in Figura 1.6b, invece, la corrente è diretta dal morsetto - della tensione al morsetto +.

Consideriamo dapprima la Figura 1.6-1a. Questa situazione, in cui il verso della corrente è diretto dal morsetto + della tensione al morsetto -, è chiamata "convenzione degli utilizzatori". La convenzione opposta, in cui il verso della corrente è diretto dal morsetto - della tensione al morsetto +, è chiamata "convenzione dei generatori". Nella convenzione degli utilizzatori, la tensione indica il lavoro richiesto per muovere una carica positiva nel verso indicato dalla corrente. Pertanto la potenza ottenuta dal prodotto della tensione per la corrente quando si usa la convenzione degli utilizzatori

$$p = vi$$

è la potenza **assorbita** dal bipolo. (Questa potenza è anche detta "potenza fornita al bipolo.") La potenza assorbita dal bipolo può essere positiva o negativa, dipende dai valori di tensione e corrente del bipolo.

Vediamo ora la Figura 1.6-1b. Qui non è stata usata la convezione degli utilizzatori. In questo caso, la tensione indica il lavoro richiesto per muovere una carica positiva nella direzione opposta a quella indicata per la corrente. Questa situazione, in cui il verso della corrente è diretto dal morsetto - della tensione al morsetto +, è chiamata "convenzione dei generatori". Pertanto la potenza ottenuta dal prodotto della tensione per la corrente quando si usa la convenzione dei generatori

$$p = vi$$

è la potenza **erogata** dal bipolo. Questa potenza è anche detta "potenza fornita" dal bipolo. La potenza fornita dal bipolo può essere positiva o negativa, dipendendo dai valori di tensione e corrente del bipolo.

La potenza assorbita e quella erogata da un bipolo sono legate dalla relazione

$$\text{potenza assorbita} = -\text{potenza erogata}$$

Le convenzioni di segno per il calcolo della potenza sono riassunte in Tabella 1.6-1. Quando

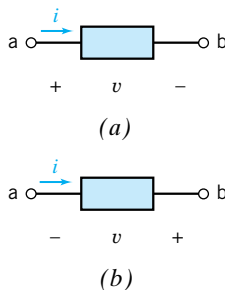
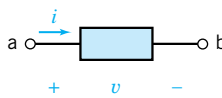
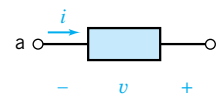


Figura 1.6-1 (a) Convenzione degli utilizzatori. (b) Convenzione dei generatori.



Tabella 1.6-1 Potenza assorbita o erogata da un bipolo

Potenza assorbita da un bipolo	Potenza erogata da un bipolo
	
Con la convenzione degli utilizzatori $p = vi$ è la potenza assorbita dal bipolo.	Con la convenzione degli utilizzatori $p = vi$ è la potenza erogata dal bipolo.

tensione e corrente del componente sono assegnate con la convenzione degli utilizzatori, l'energia assorbita da un bipolo può essere determinata utilizzando l'Equazione 1.6-1 riscrivendola come

$$dw = p dt \quad (1.6-3)$$

Integrando, otteniamo

$$w = \int_{-\infty}^t p d\tau \quad (1.6-4)$$

Se il bipolo riceve potenza solo per $t \geq t_0$ e poniamo $t_0 = 0$, si ha

$$w = \int_0^t p d\tau \quad (1.6-5)$$

Esempio 1.6-1

Considerando il bipolo riportato in Figura 1.6-1a con $v = 4 \text{ V}$ e $i = 10 \text{ A}$, determinare la potenza assorbita dal bipolo e l'energia assorbita in un intervallo di 10 s.

Soluzione

La potenza assorbita dal bipolo è

$$p = vi = 4 \times 10 = 40 \text{ W}$$

L'energia assorbita dal bipolo è

$$w = \int_0^{10} p dt = \int_0^{10} 40 dt = 40 \times 10 = 400 \text{ J}$$

Esempio 1.6-2

Si consideri il bipolo di Figura 1.6-2. La corrente i e la tensione v_{ab} sono assegnate con la convenzione degli utilizzatori, quindi la potenza assorbita da questo bipolo è

$$\text{potenza assorbita} = i \cdot v_{ab} = 2 \times (-4) = -8 \text{ W}$$

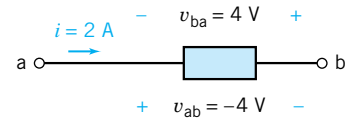
La corrente i e la tensione v_{ba} sono assegnate con la convenzione dei generatori, quindi la potenza erogata da questo bipolo è

$$\text{potenza erogata} = i \cdot v_{ba} = 2 \times (4) = 8 \text{ W}$$

Come ci si aspettava:

Figura 1.6-2

Bipolo dell'Esempio 1.6-2.



$$potenza\ assorbita = -potenza\ erogata$$

Consideriamo adesso un esempio dove viene utilizzata la convenzione dei generatori. In questo caso $p = vi$ è la potenza erogata dal bipolo.

Esempio 1.6-3

Considerando il circuito di Figura 1.6-3 con $v = 8e^{-t}$ V e $i = 20e^{-t}$ A per $t \geq 0$, determinare la potenza erogata dal bipolo e l'energia erogata dal bipolo nel primo secondo di funzionamento. Assumere che v e i siano nulle per $t < 0$.

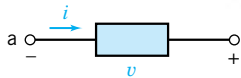


Figura 1.6-3

Un bipolo con la convenzione dei generatori.

Soluzione

La potenza erogata è

$$p = vi = (8e^{-t})(20e^{-t}) = 160e^{-2t} \text{ W}$$

Questo bipolo sta fornendo energia alla carica che lo attraversa.

L'energia erogata durante il primo secondo è

$$\begin{aligned} w &= \int_0^1 p \, dt = \int_0^1 (160e^{-2t}) \, dt \\ &= 160 \left. \frac{e^{-2t}}{-2} \right|_0^1 = \frac{160}{-2} (e^{-2} - 1) = 80(1 - e^{-2}) = 69.2 \text{ J} \end{aligned}$$

Esempio 1.6-4

La corrente media di una tipica scarica atmosferica è 2×10^4 A e la sua tipica durata è 0.1 s (Williams 1988). La tensione tra le nuvole e il terreno è 5×10^8 V. Determinare la carica elettrica totale e l'energia rilasciata.

Soluzione

La carica elettrica totale è

$$Q = \int_0^{0.1} i(t) \, dt = \int_0^{0.1} 2 \times 10^4 \, dt = 2 \times 10^3 \text{ C}$$

L'energia totale rilasciata è

$$w = \int_0^{0.1} i(t) \cdot v(t) \, dt = \int_0^{0.1} (2 \times 10^3)(5 \times 10^8) \, dt = 10^{12} \text{ J} = 1 \text{ TJ}$$

Esercizio 1.6-1 Determinare la potenza e l'energia per i primi 10 secondi di funzionamento del bipolo mostrato in Figura 1.6-1a quando $v = 10 \text{ V}$ e $i = 20 \text{ A}$.

Risposta: $p = 200 \text{ W}$, $w = 2 \text{ kJ}$

Esercizio 1.6-2 Determinare la potenza e l'energia erogata durante i primi 10 secondi di funzionamento del bipolo mostrato nella Figura 1.6-3 quando $v = 50e^{-10t} \text{ V}$ e $i = 5e^{-10t} \text{ A}$. Il circuito comincia a operare in $t = 0$.

Risposta: $p = 250e^{-20t} \text{ W}$, $w = 12.5 \text{ J}$

Esercizio 1.6-3 Una centrale idroelettrica fornisce energia elettrica a un determinato bacino di utenza. Una schematizzazione della centrale è mostrata in Figura 1.6-1a. Se $v = 100 \text{ kV}$ e $i = 120 \text{ A}$, determinare la potenza erogata dalla centrale idroelettrica e l'energia fornita quotidianamente.

Risposta: $p = 12 \text{ MW}$, $w = 1.04 \text{ TJ}$

1.7 VOLTMETRI E AMPEROMETRI

Le misure di correnti e tensioni in continua sono fatte con strumenti a lettura diretta (analogica) o digitali, come mostrato in Figura 1.7-1. Uno strumento a lettura diretta ha un ago indicatore la cui deflessione angolare indica l'ampiezza della variabile sotto misura. Uno strumento digitale mostra un insieme di cifre che indicano il valore della grandezza misurata.

Un amperometro ideale misura la corrente che scorre attraverso i suoi morsetti, come mostrato in Figura 1.7-2a, e ha tensione nulla, v_m , ai suoi capi. Un voltmetro ideale misura la tensione ai suoi capi, come mostrato in Figura 1.7-2b, e la corrente che lo attraversa, i_m , è uguale a zero. Gli strumenti reali riescono soltanto ad approssimare queste condizioni ideali. Tuttavia, in un amperometro reale, la tensione ai suoi capi è piccola e in genere trascurabile. Allo stesso modo, la corrente in un voltmetro reale è piccola e in genere trascurabile.

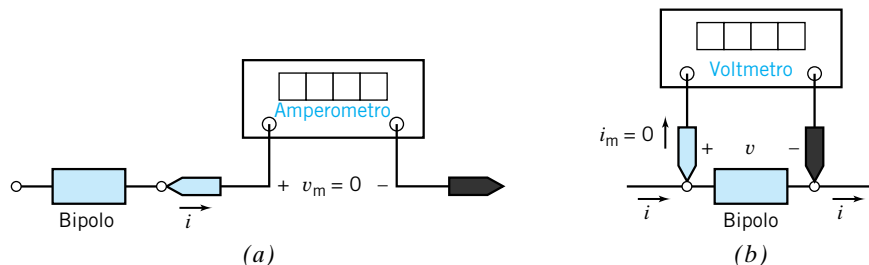
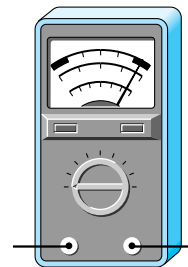


Figura 1.7-2 (a) Un amperometro ideale e (b) un voltmetro ideale.



(a)



(b)

Figura 1.7-1 (a) Uno strumento a lettura diretta (analogica) e (b) uno strumento digitale.

1.8 ANALISI E PROGETTO DI CIRCUITI

L'analisi e il progetto di circuiti elettrici sono gli argomenti principali affrontati in questo libro e rappresentano le capacità professionali principali di un ingegnere elettrico/elettronico. Per *analisi* di un circuito si intende lo studio metodico di un circuito progettato per ottenere determinati valori (algebrici) di una o più variabili, come correnti o tensioni.

Il processo di analisi inizia con l'enunciato del problema e il modello di un determinato circuito. Obiettivo è la determinazione del valore e del verso di una o più variabili circuitali, e il compito ultimo consiste nella verifica della correttezza dei risultati ottenuti. Si inizia da ciò che è noto (dati) e si stabilisce quali metodi usare per determinare le variabili richieste (incognite).

La Figura 1.8-1 mostra la metodologia di risoluzione utilizzata in questo libro. Partendo dall'enunciato del problema, il processo di analisi si articola in cinque fasi, mostrate in figura. Per prima cosa si descrive la situazione, si fissano le ipotesi e si definisce il modello circuitale. Poi si stabiliscono gli obiettivi e le variabili da calcolare. Nella terza fase si mette a punto una strategia per la risoluzione, e cioè quali principi e metodi adoperare. Nella quarta fase si attua la strategia prefissata. Infine si verifica che la soluzione trovata sia corretta. Se è così si stende il rapporto finale. Se la fase di verifica mostra che la soluzione proposta non è corretta o non è adeguata, allora si ritorna alla fase 3, si cambia la strategia di risoluzione e si ripercorrono le fasi 4 e 5.

Per illustrare questa procedura consideriamo un esempio.

Esempio 1.8-1

Un tecnico di laboratorio ritiene che un certo bipolo stia assorbendo potenza e usa un voltmetro e un amperometro per misurare tensione e corrente nel bipolo, come mostrato in Figura 1.8-2. Le misure indicano che la tensione è $v = +12\text{ V}$ e la corrente è $i = -2\text{ A}$. Determinare se l'ipotesi del tecnico è corretta.

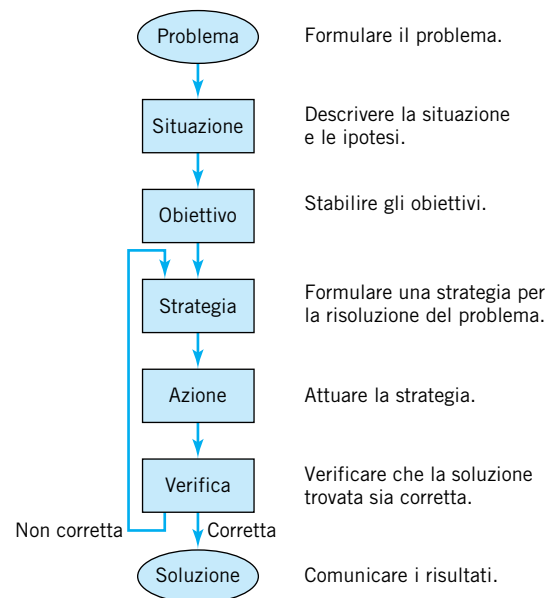


Figura 1.8-1
La metodologia di risoluzione dei problemi.

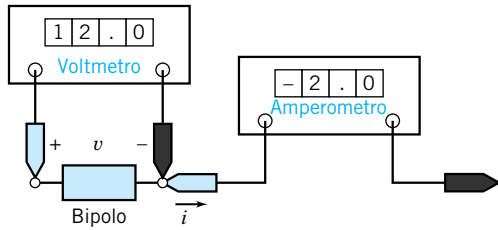


Figura 1.8-2 Un bipolo con un voltmetro e un amperometro.

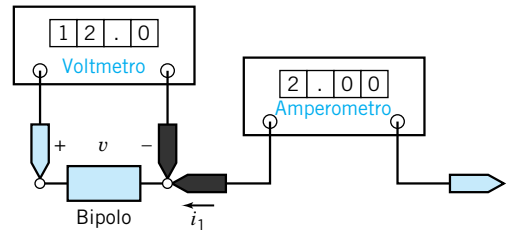


Figura 1.8-3 Il circuito di Figura 1.8-2 con i morsetti dell'amperometro invertiti.

Descrivere la situazione e le ipotesi A essere precisi, il bipolo assorbe sempre potenza; il valore della potenza assorbita può però essere positivo, nullo o negativo. Quindi, quando diciamo che qualcuno “ritiene che un certo bipolo stia assorbendo potenza”, vogliamo dire che quel qualcuno ritiene che la potenza assorbita sia positiva.

Gli strumenti sono ideali. Gli strumenti sono stati collegati al bipolo in modo da misurare la tensione indicata con v e la corrente indicata con i . I valori della tensione e della corrente sono dati dalla lettura degli strumenti.

Stabilire gli obiettivi Calcolare la potenza assorbita dal bipolo in modo da determinare se il valore della potenza assorbita è positivo.

Formulare una strategia Verificare che la tensione e la corrente siano prese con la convenzione degli utilizzatori. Se è così, allora la potenza assorbita è $p = vi$, altrimenti è $p = -vi$.

Attuare la strategia Con riferimento alla Tabella 1.6-1, vediamo che tensione e corrente sono prese con la convenzione degli utilizzatori. Pertanto la potenza assorbita è

$$p = vi = 12 \times (-2) = -24 \text{ W}$$

Il valore della potenza assorbita non è positivo.

Verificare la soluzione trovata Invertiamo le sonde dell'amperometro come indicato in Figura 1.8-3. Ora l'amperometro misura la corrente i_1 invece della corrente i , quindi $i_1 = 2 \text{ A}$ e $v = 12 \text{ V}$. Poiché i_1 e v sono prese con la convenzione dei generatori, $p = i_1 \cdot v = 24 \text{ W}$ è la potenza erogata dal bipolo. Erogare 24 W è equivalente ad assorbire -24 W , e ciò conferma la soluzione proposta.

Progettare è quella attività in cui un progettista rende chiaro qualcosa che vuole realizzare. Per quanto ci riguarda, è in particolare il processo con cui si creano nuovi circuiti e se ne predice il funzionamento. La progettazione è il processo col quale si produce un insieme di descrizioni del circuito che soddisfano le specifiche e rispettano i vincoli.

La progettazione si articola in tre fasi: analisi, sintesi e verifica. La prima fase consiste nel capire il problema e produrre una formulazione esplicita degli obiettivi; la seconda richiede di trovare soluzioni accettabili; la terza consiste nel valutare la validità delle

soluzioni trovate rispetto agli obiettivi e a scegliere tra varie alternative. Si tratta di un processo iterativo, in cui la soluzione è rivista e migliorata attraverso ulteriori analisi.

La **progettazione** è il processo attraverso il quale si crea un circuito che soddisfa un insieme di obiettivi.

La metodologia di progettazione mostrata in Figura 1.8-1 è usata per risolvere il *Progetto proposto* di ogni capitolo.



1.9 ESEMPIO DI VERIFICA

Gli ingegneri sono spesso chiamati a verificare che la soluzione di un problema sia davvero corretta. Per esempio, le soluzioni proposte per un problema di progetto devono essere verificate per accertarsi che tutte le specifiche siano soddisfatte. Inoltre, i risultati ottenuti al calcolatore devono essere rivisti per cautelarsi dagli errori commessi durante l'immissione dei dati, e devono essere esaminate criticamente le asserzioni fatte dai venditori di programmi.

Questo testo include alcuni esempi, chiamati *Esempi di verifica*, che illustrano tecniche utili per controllare le soluzioni di particolari problemi discussi nei capitoli. Alla fine di ogni capitolo vi sono alcuni problemi, chiamati *Esercizi di verifica*, presentati in modo tale che il lettore abbia l'opportunità di fare pratica con queste tecniche.

Vediamo la verifica di un calcolo riportato in una relazione di laboratorio.

La relazione di laboratorio riporta che i valori misurati di v e i per il bipolo mostrato in Figura 1.9-1 sono rispettivamente -5 V e -2 A. Nella relazione si dice altresì che la potenza assorbita dal bipolo è 10 W. Verificare questa affermazione.

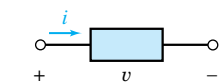


Figura 1.9-1
Un bipolo.

Soluzione

Per il circuito mostrato in Figura 1.9-1 è usata la convenzione degli utilizzatori.

Quindi la potenza assorbita è

$$p = vi$$

Sostituendo v e i , si ha

$$P = (-5)(-2) = 10 \text{ W}$$

Abbiamo così verificato che il bipolo assorbe 10 W.

1.10 Soluzione del progetto proposto



REGOLATORE DI FLUSSO

Problema

Un piccolo razzo sperimentale usa un circuito con due bipoli, come mostrato in Figura 1.10-1, per controllare una valvola che regola il getto dal momento del distacco a $t = 0$ fino allo spegnimento del razzo dopo un minuto. L'energia che deve essere fornita dal bipolo 1 per un minuto è 40 mJ. Il bipolo 1 è una batteria che deve essere scelta.

Si sa che $i(t) = De^{-t/60}$ mA per $t \geq 0$, e che la tensione ai capi del secondo bipolo è $v_2(t) = Be^{-t/60}$ V per $t \geq 0$. Il massimo valore della corrente, D , non può superare 1 mA. Determinare le costanti D e B , e scegliere la batteria adatta.

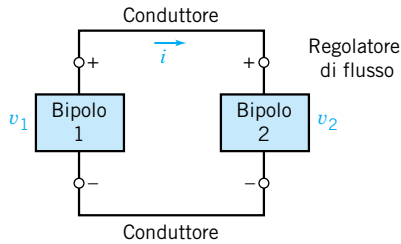


Figura 1.10-1

Il circuito che serve per controllare la valvola che regola il getto del razzo.

Descrivere la situazione e le ipotesi

1. La corrente entra dal morsetto + del secondo bipolo.
2. La corrente esce dal morsetto + del primo bipolo.
3. I fili conduttori sono ideali e non hanno effetti sul circuito (non assorbono energia).
4. Il modello del circuito, come mostrato in Figura 1.10-1, assume che la tensione ai capi dei due bipoli sia uguale; cioè, $v_1 = v_2$.
5. La tensione della batteria v_1 è $v_1 = Be^{-t/60}$ V, dove B è la tensione iniziale della batteria che si scaricherà con legge esponenziale mentre fornisce energia alla valvola.
6. Il circuito funziona da $t = 0$ a $t = 60$ s.
7. La corrente è limitata, quindi $D \leq 1$ mA.

Stabilire gli obiettivi

Determinare l'energia fornita dal primo bipolo per un minuto e scegliere le costanti D e B. Descrivere la batteria scelta.

Formulare una strategia

Per prima cosa, trovare $v_1(t)$ e $i(t)$ e ottenere la potenza, $p_1(t)$, fornita dal primo bipolo. Quindi, usando $p_1(t)$, trovare l'energia fornita nei primi 60 s.

Obiettivo	Equazione	Grandezza necessaria	Informazioni
L'energia w_1 per i primi 60 s	$w_1 = \int_0^{60} p_1(t) dt$	$p_1(t)$	v_1 e i noti eccetto D e B

Attuare la strategia

Per prima cosa, poiché vogliamo determinare $p_1(t)$, calcoliamo

$$\begin{aligned} p_1(t) &= iv_1 = (De^{-t/60} \times 10^{-3} \text{ A})(Be^{-t/60} \text{ V}) \\ &= DBe^{-t/30} \times 10^{-3} \text{ W} = DBe^{-t/30} \text{ mW} \end{aligned}$$

Poi passiamo a calcolare w_1 per i primi 60 s:

$$\begin{aligned} w_1 &= \int_0^{60} (DBe^{-t/30} \times 10^{-3}) dt = \frac{DB \times 10^{-3} e^{-t/30}}{-1/30} \Big|_0^{60} \\ &= -30DB \times 10^{-3}(e^{-2} - 1) = 25.9DB \times 10^{-3} \text{ J} \end{aligned}$$

Dato che richiediamo che $w_1 = 40$ mJ,

$$40 = 25.9DB$$

Quindi, scegliendo il valore $D = 1$, si ottiene:

$$B = \frac{40}{(25.9)(1)} = 1.54 \text{ V}$$

Infine scegliamo una pila da 2 V in modo che la corrente sia minore di 1 mA.

Verificare la soluzione trovata

Dobbiamo verificare che la pila da 2 V fornisca almeno 40 mJ. Poiché $i = e^{-t/60}$ mA e $v_2 = 2e^{-t/60}$ V, l'energia fornita dalla pila è

$$w = \int_0^{60} (2e^{-t/60})(e^{-t/60} \times 10^{-3}) dt = \int_0^{60} 2e^{-t/30} \times 10^{-3} dt = 51.8 \text{ mJ}$$

Pertanto abbiamo verificato la soluzione e possiamo comunicare il risultato riportando che è necessaria una pila da 2 V.

1.11 RIEPILOGO

- Gli usi dell'energia elettrica sono molteplici e di grande rilevanza nella società moderna. Tuttavia le scienze elettriche si sono sviluppate lentamente nel corso dei secoli, con particolare attenzione rivolta alla natura della carica elettrica. Nel momento in cui gli scienziati si sono resi conto della possibilità di immagazzinare e controllare la carica, è nata l'idea del circuito elettrico.
- Un circuito elettrico consiste in componenti elettrici a due o più terminali, collegati tra loro in modo da permettere alle cariche elettriche di fluire.
- La carica elettrica è la proprietà intrinseca della materia da cui hanno origine i fenomeni elettrici. La quantità di carica q può essere espressa in termini della carica di un elettrone, che è pari a -1.602×10^{-19} coulomb. La corrente elettrica i è la

variazione della carica elettrica rispetto al tempo in un dato punto. Possiamo esprimere la corrente come $i = \frac{dq}{dt}$.

L'unità di misura della corrente è l'ampere (A); un ampere è 1 coulomb per secondo.

- Ingegneri e scienziati usano oggi il Sistema Internazionale di misura (SI); con l'uso di prefissi decimali si possono esprimere grandezze elettriche in una vasta gamma di valori.
- La tensione elettrica ai capi di un bipolo è il lavoro necessario per muovere una carica unitaria attraverso il bipolo. Se si usa la convenzione di segno degli utilizzatori, il prodotto della corrente per la tensione fornisce la potenza assorbita dal bipolo.

PROBLEMI

Paragrafo 1.3 Circuiti elettrici e corrente

P 1.3-1 Un filo conduttore trasporta una corrente costante di 10 mA. Quanti coulomb passano attraverso una sezione del filo in 20 s?

Risposta: $q = 0.2 \text{ C}$

P 1.3-2 La carica totale q che entra in un bipolo è $q(t) = 4(1 - e^{-5t})$ quando $t \geq 0$ e $q(t) = 0$ quando $t < 0$. Determinare la corrente nel bipolo per $t \geq 0$.

Risposta: $i(t) = 20e^{-5t} \text{ A}$

P 1.3-3 La corrente in un bipolo è $i(t) = 4(1 - e^{-5t}) \text{ A}$ quando $t \geq 0$ e $i(t) = 0$ quando $t < 0$. Determinare la carica totale che entra nel bipolo per $t \geq 0$.

Suggerimento: $q(0) = \int_{-\infty}^0 i(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^0 0 d\tau = 0$

Risposta: $q(t) = 4t + 20e^{-5t} - 20 \text{ C}$ per $t \geq 0$

P 1.3-4 La carica che entra in un bipolo è data da $q(t) = 2k_1t + k_2t^2 \text{ C}$. Se $i(0) = 4$ e $i(3) = -4$, trovare k_1 e k_2 .

Risposta: $k_1 = 2, k_2 = -4/3$

P 1.3-5 In un circuito elettrico chiuso, il numero di elettroni che passa in un dato punto in un secondo è pari a 10 miliardi. Trovare il valore della corrente in ampere.

P 1.3-6 La corrente in un bipolo è

$$i(t) = \begin{cases} 0 & t < 2 \\ 2 & 2 < t < 4 \\ -1 & 4 < t < 8 \\ 0 & 8 < t \end{cases}$$

dove le correnti sono date in A e il tempo in s. Determinare la carica totale che entra nel bipolo per $t \geq 0$.

$$\text{Risposta: } q(t) = \begin{cases} 0 & t < 2 \\ 2t - 4 & 2 < t < 4 \\ 8 - t & 4 < t < 8 \\ 0 & 8 < t \end{cases}$$

dove l'unità della carica è C.

P 1.3-7 Un bagno per elettrodeposizione, come mostrato in Figura P 1.3-7, è utilizzato per placcare uniformemente in argento oggetti come posate e piatti. Una corrente di 600 A scorre per 20 minuti e ogni coulomb porta con sé 1.118 mg di argento. Qual è il peso dell'argento depositato in grammi?

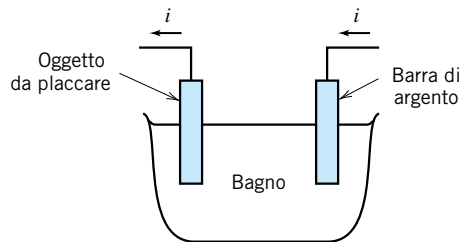


Figura P 1.3-7 Un bagno per elettrodeposizione.

Paragrafo 1.6 Potenza ed energia

P 1.6-1 La tecnologia moderna ha prodotto una piccola pila alcalina da 1.5 V con un'energia immagazzinata nominale di 150 J. Per quanti giorni essa potrà alimentare una calcolatrice che assorbe una corrente di 2 mA? Si capisce perché lo spegnimento automatico è una buona idea?

P 1.6-2 Un fornello elettrico ha una corrente costante di 10 A entrante dal morsetto + della tensione pari a 110 V. L'apparecchiatura funziona per due ore. (a) Trovare la carica in coulomb che attraversa l'apparecchiatura. (b) Trovare la potenza assorbita dal fornello. (c) Se l'energia elettrica costa 6 centesimi di euro per kWh, calcolare quanto costa il funzionamento dell'apparecchiatura per due ore.

P 1.6-3 Un riproduttore di cassette utilizza quattro pile AA in serie che forniscono 6 V al circuito di alimentazione. Le quattro pile alcaline immagazzinano 200 J di energia. Se il riproduttore di cassette assorbe una corrente costante di 10 mA dalle pile, per quanto tempo potrà funzionare?

P 1.6-4 Una grossa batteria di accumulatori deve equipaggiare una barca da pesca spinta da motori elettrici. Una di queste batterie fornisce 675 A a 12 V per 30 s per far partire la barca. Quando la barca è partita, la batteria fornisce 20 A a 11 V per 200 minuti. (a) Calcolare la potenza fornita durante il periodo della partenza e della navigazione. (b) Calcolare l'energia fornita nel tempo totale della partenza e della navigazione.

P 1.6-5 L'energia w assorbita da un bipolo è mostrata in Figura 1.6-5 in funzione del tempo. Se la tensione ai capi del bi-

polo è $v(t) = 12 \cos \pi t$ V, dove t è in ms, trovare la corrente che entra dal morsetto + per $t = 1, 3, 6$ ms. Il bipolo utilizza la convenzione degli utilizzatori.

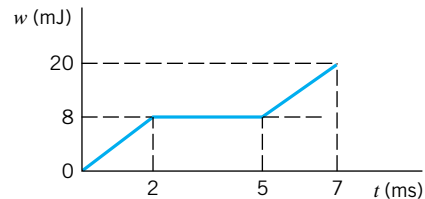


Figura P 1.6-5 Grafico dell'energia $w(t)$.

P 1.6-6 La corrente e la tensione in un bipolo variano nel tempo come indicato in Figura 1.6-6. Tracciare la potenza fornita al bipolo per $t > 0$. Qual è l'energia totale fornita al bipolo tra $t = 0$ e $t = 25$ s? Il bipolo utilizza la convenzione degli utilizzatori.

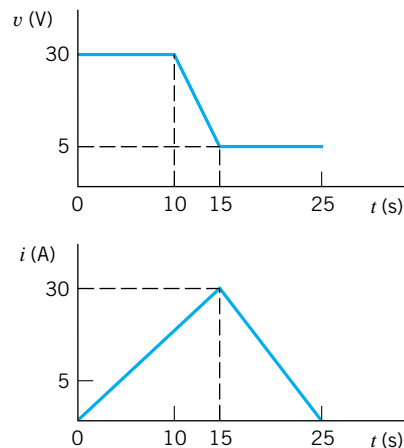


Figura P 1.6-6 (a) Tensione $v(t)$ e (b) corrente $i(t)$ di un bipolo.

P 1.6-7 Una batteria d'automobile è caricata con una corrente costante di 2 A per cinque ore. La tensione ai capi della batteria è $v = 11 + 0.5t$ V per $t > 0$, dove t è misurato in ore. (a) Determinare l'energia fornita alla batteria nelle cinque ore. (b) Se l'energia elettrica costa 10 centesimi di euro per kWh, trovare il costo della carica della batteria per le cinque ore. **Risposta:** (b) 1.23 centesimi

P 1.6-8 Il bipolo mostrato in Figura P 1.6-8a è collegato a un generatore di corrente i come mostrato in Figura P 1.6-8b. La corrispondente tensione è mostrata in Figura P 1.6-8c. (a) Determinare la potenza $p(t)$ e l'energia $w(t)$ assorbita dal bipolo. (b) Tracciare il grafico di $p(t)$ e $w(t)$.

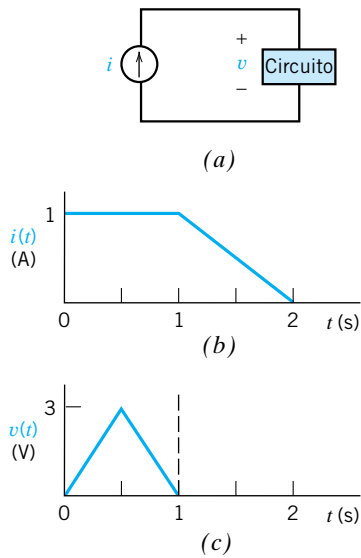


Figura P 1.6-8 (a) Un bipolo con (b) la sua corrente e (c) la sua tensione.

P 1.6-9 Trovare la potenza $p(t)$ fornita dal bipolo mostrato in Figura P 1.6-9 quando $v(t) = 4 \cos 3t$ V e $i(t) = \frac{\sin 3t}{12}$ A. Calcolare $p(t)$ per $t = 0.5$ s e per $t = 1$ s. Si noti che la potenza fornita dal bipolo ha valori positivi in certi istanti di tempo e negativi in altri.

Suggerimento:

$$(\sin at)(\cos bt) = \frac{1}{2} [\sin(a + b)t + \sin(a - b)t]$$

Risposta: $p(t) = \frac{1}{6} \sin 6t$ W, $p(0.5) = 0.0235$ W, $p(1) = -0.0466$ W

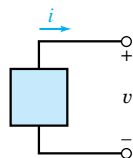


Figura P 1.6-9 Un bipolo.

P 1.6-10 Trovare la potenza $p(t)$ fornita dal bipolo mostrato in Figura P 1.6-9 quando $v(t) = 8 \sin 3t$ V e $i(t) = 2 \sin 3t$ A.

Suggerimento:

$$(\sin at)(\sin bt) = \frac{1}{2} [\cos(a - b)t + \cos(a + b)t]$$

Risposta: $p(t) = 8 - 8 \cos 6t$ W

P 1.6-11 Trovare la potenza $p(t)$ fornita dal bipolo mostrato in Figura P 1.6-9. La tensione del bipolo è $v(t) = 4(1 - e^{-2t})$ V per $t \geq 0$ e $v(t) = 0$ per $t < 0$. La corrente del bipolo è $i(t) = 2e^{-2t}$ A per $t \geq 0$ e $i(t) = 0$ per $t < 0$.

Risposta: $p(t) = 8(1 - e^{-2t})e^{-2t}$ W

P 1.6-12 Una batteria fornisce potenza al motorino d'avviamento di un'automobile. La corrente $i = 10e^{-t}$ e la tensione $v = 12e^{-t}$ V della batteria utilizzano la convenzione dei generatori. (a) Trovare la potenza fornita dalla batteria. (b) Trovare l'energia $w(t)$ fornita dalla batteria al motorino.

P 1.6-13 Per un bipolo considerato con la convenzione degli utilizzatori, misuriamo $i = 4e^{-50t}$ mA e $v = 10 - 20e^{-50t}$ V per $t \geq 0$. (a) Quanta potenza è assorbita dal bipolo per $t = 10$ ms? (b) Quanta energia è assorbita dal bipolo nell'intervallo di tempo $0 \leq t \leq \infty$?

P 1.6-14 Una batteria per automobili da 12 V è connessa in modo da fornire potenza ai fari quando il motore è spento. (a) Trovare la potenza fornita dalla batteria quando la corrente è 1 A. (b) Trovare la potenza assorbita dai fari quando la corrente è 1 A. (c) Trovare l'energia assorbita dai fari in 10 minuti.

P 1.6-15 Calcolare la potenza assorbita o fornita da ciascun bipolo in Figura 1.6-15. Stabilire nei due casi se la potenza positiva è assorbita o fornita.

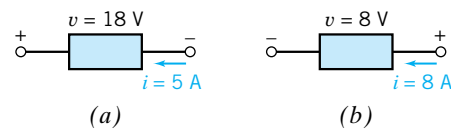


Figura P 1.6-15

P 1.6-16 Trascurando le perdite, determinare la potenza che può essere sviluppata dalle cascate del Niagara, che hanno un'altezza media di 55 m e la cui portata d'acqua è pari a 500 000 tonnellate al minuto.

Risposta: 3.8 GW

P 1.6-17 La pila di un flash ha una tensione pari a 3 V e la corrente che attraversa la lampadina vale 200 mA. Quale è la potenza assorbita dalla lampadina? Trovare l'energia assorbita dalla lampadina in cinque minuti.

P 1.6-18 Una batteria per automobile da 12 V fornisce 2×10^6 J in un intervallo di tempo pari a 10 ore. Quale è la corrente che attraversa la batteria?

Risposta: 4.63 A

P 1.6-19 La scarica di un fulmine ha una corrente di 160 A e trasferisce 10^{20} elettroni in 0.1 s. Determinare la potenza generata quando la tensione tra nube e terra è pari a 100 kV.

P 1.6-20 Un cannone elettromagnetico lancia un proiettile lungo una rotaia conduttrice con l'assorbimento di un elevato impulso di corrente. Più grande è la corrente o più lunga è la rotaia, più elevata è la velocità che il proiettile può raggiungere.

Un cannone sperimentale utilizza 14 000 speciali batterie da 12 V capaci di fornire 168 kV. Queste sono in grado di produrre un picco di corrente di 2.5 MA. Calcolare l'energia generata e determinare se un proiettile di 10 g può essere lanciato a 10 km d'altezza.

ESERCIZI DI VERIFICA



EV 1-1 La conservazione dell'energia richiede che la somma delle potenze assorbite dai bipoli in un circuito sia uguale a zero. La Figura EV 1.1 mostra un circuito, in cui sono indicate tutte le tensioni e tutte le correnti. Sono queste tensioni e queste correnti corrette? Giustificare la risposta.

Suggerimento: Calcolare la potenza assorbita da ogni bipolo. Sommare tutte queste potenze. Se la somma è zero, la conservazione dell'energia è soddisfatta e le tensioni e le correnti sono probabilmente corrette. In caso contrario qualche tensione o qualche corrente è errata.

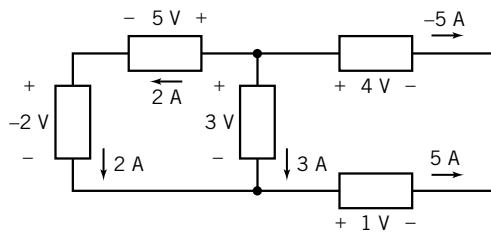


Figura EV 1.1

EV 1-2 La conservazione dell'energia richiede che la somma delle potenze assorbite dai bipoli in un circuito sia uguale a zero. La Figura EV 1.2 mostra un circuito, in cui sono indicate tutte le tensioni e tutte le correnti. Sono queste tensioni e queste correnti corrette? Giustificare la risposta.

Suggerimento: Calcolare la potenza assorbita da ogni bipolo. Sommare tutte queste potenze. Se la somma è zero, la conservazione dell'energia è soddisfatta e le tensioni e le correnti sono probabilmente corrette. In caso contrario qualche tensione o qualche corrente è errata.

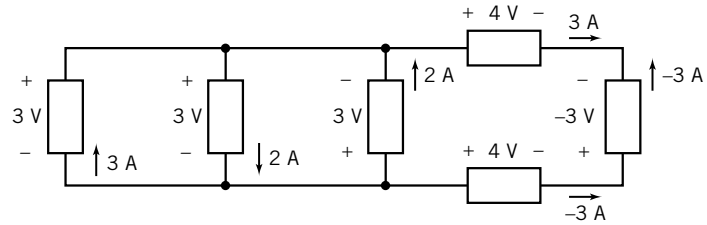


Figura EV 1.2

SEMPLICI PROGETTI



SP 1-1 Un bipolo è disponibile in tre versioni. La versione A garantisce che il bipolo può assorbire senza danni 1/2 W. In modo analogo la versione B garantisce che il bipolo può assorbire senza danni 1/4 W e la versione C garantisce che il bipolo può assorbire senza danni 1/8 W. In genere componenti che possono assorbire potenze maggiori sono anche più costosi e più ingombranti.

Ci si aspetta che la tensione ai capi del bipolo sia di circa 20 V e la corrente di circa 8 mA. Le due stime hanno una tolleranza del 25%. La tensione e la corrente sono prese con la convenzione degli utilizzatori.

Scegliere la versione corretta per il bipolo. La sicurezza è un elemento importante, ma non deve essere scelto un bipolo più costoso del necessario.

SP 1-2 La tensione ai capi di un bipolo è $v(t) = 20(1 - e^{-8t})$ V quando $t \geq 0$ e $v(t) = 0$ per $t < 0$. La corrente nel bipolo è $i(t) = 30e^{-8t}$ mA quando $t \geq 0$ e $i(t) = 0$ per $t < 0$. Le grandezze del bipolo sono prese con la convenzione degli utilizzatori. Determinare la potenza che il bipolo deve essere in grado di assorbire senza danno.

Suggerimento: Usare MATLAB, o un programma analogo, per tracciare il grafico della potenza.

